

# Algorithmes d'optimisation topologique pour l'allègement des poutres en PMH de la caisse-en-blanc en utilisant un couplage entre Matlab et Ansys.

F. HALILA<sup>a</sup>, V. FAUVIN<sup>a</sup>, A. POLMARD<sup>a</sup>

a.ALTRAN (FRANCE)-Altran Research-France faycel.halila@altran.com

## Résumé : (16 gras)

*La réduction de masse est une des solutions techniques adoptées dans l'industrie automobile, permettant des économies de consommation et une réduction de l'empreinte environnementale des véhicules neufs. Cet allègement ne peut cependant pas se faire sans altérer le confort et la sécurité. Dans ce contexte, l'approche par optimisation topologique permet de déterminer et d'améliorer, très en amont dans le processus de conception, les caractéristiques générales des organes automobiles. Dans cet article, nous proposons en première partie d'exploiter un algorithme d'optimisation topologique développé sur Matlab, basé sur la méthode Optimal Criteria (OC) et intégrant les contraintes statiques déclinées sur les projets véhicules. Un cas de géométrie simple en 2D représentant une poutre du BIW (Body-in-White) du véhicule réalisée en bi-matériaux PMH (PolymerMetalhybrid) a été considérée comme exemple d'application. Dans une seconde partie, des éléments pour un couplage entre deux logiciels (Ansys et Matlab) vont être développés. Ce lien entre Matlab et un logiciel dédié au calcul par éléments finis tel qu'Ansys va permettre d'obtenir des résultats plus précis. De plus, avec cette interaction, des problèmes avec des géométries plus complexes en 3D pourront être traités. À terme, l'algorithme d'optimisation topologique sera adaptatif et applicable à tout type de pièce et intégrera les contraintes statiques et dynamiques déclinées sur les organes automobiles.*

**Mots clefs :** Allègement ; Optimisation topologique ; BIW ; Couplage Matlab ; Ansys ; PMH

## 1 Introduction

Les méthodes d'optimisation s'imposent comme un outil incontournable pour améliorer les performances mécaniques des structures mécaniques tout en réduisant la masse de celles-ci, entraînant ainsi de substantielles économies. Les premiers travaux dans ce domaine remontent aux années 1980 [1] et depuis, les travaux de recherche sur l'optimisation sont en pleine effervescence [2] grâce au développement d'outils de modélisation, d'algorithmes et de moyens de calcul de plus en plus rapides et performants. Ce progrès a facilité le développement des méthodes d'optimisation dans le domaine mécanique et notamment dans le domaine automobile.

De manière générale la performance d'une pièce se traduit de plusieurs manières selon son utilisation et selon les critères de conception que l'on se fixe. L'optimisation structurelle en mécanique peut

intervenir, soit par amélioration de l'existant, en modifiant des paramètres vis à vis de nouveaux objectifs ou limitations, soit par l'émergence de nouvelles conceptions par modification de la topologie. Un problème d'optimisation peut prendre la forme suivante :

$$\begin{aligned} & \text{Minimiser : } f(x) \\ & \text{Tels que : } \begin{cases} g(x) \leq 0 \\ h(x) = 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

où  $f$  est la fonction objectif que nous voulons minimiser et  $g$  et  $h$  sont les limitations ou contraintes à respecter. Les variables de conception  $x$  forment un vecteur paramètre qui décrit la géométrie du produit et qui évolue dans un domaine dit admissible ayant déjà été défini par l'utilisateur.

Habituellement, on introduit la masse et la compliance (travail global des forces extérieures) comme les deux types de fonctions objectives considérées en optimisation mécanique. Si la masse est sélectionnée comme fonction objectif, la compliance lui est alors associée comme contrainte et vice versa. Cela se traduit donc par la recherche du meilleur compromis masse-compliance (structure légère tout en restant en dessous d'un seuil de rigidité, ou structure rigide tout en restant en dessous d'un seuil de poids).

Mathématiquement la résolution de ce système consiste à trouver l'ensemble des paramètres optimaux (variables  $x$ ) satisfaisant la fonction objectif. Pour résoudre cette recherche de variables, plusieurs algorithmes itératifs sont proposés utilisant des approches déterministes dont la méthode d'homogénéisation[3, 4] ainsi que des approches stochastiques dont les méthodes génétiques[5]. La différence entre ces méthodes provient surtout de leur stabilité, de leur capacité à converger et de leur rapidité à trouver une solution optimale. Théoriquement les calculs d'optimisation sont définis pour des milieux continus. Toutefois, d'un point de vue pratique, les méthodes de calcul s'appuient sur les éléments finis pour la recherche de solutions.

## 2 Les catégories d'optimisation

Les classes d'optimisation sont scindées arbitrairement en trois grandes familles classées historiquement par ordre de difficulté et de généralité.

### ▪ Optimisation dimensionnelle

L'optimisation dimensionnelle (Figure 1) consiste à faire varier la variable  $x$  liée à la géométrie de conception (variation des dimensions). Aucune modification de forme ou de topologie n'est alors appliquée. Elle est ainsi dépendante d'une forme de pièce initiale définie préalablement par l'utilisateur ; l'application de l'optimisation dimensionnelle intervient souvent pour affiner la conception. Par conséquent l'opération de remaillage n'est pas indispensable [6].

### ▪ Optimisation de forme

Contrairement à l'optimisation dimensionnelle, l'optimisation de forme (Figure 1) permet d'apporter des changements dans la forme initiale. La topologie qui reste fixe tout au long du processus d'optimisation est un paramètre fondamental d'entrée. L'optimisation de forme modifie la représentation paramétrique des frontières du domaine [7]. Par conséquent en raison de la modification de la géométrie de la pièce pendant le processus d'optimisation, le remaillage automatique de modèles d'éléments finis est alors exigé rendant l'utilisation de l'optimisation délicate et coûteuse de point de vue temps.

### ▪ Optimisation topologique

L'optimisation topologique (Figure 1) introduite par Bendsoe and Kikuchi [1], permet de contrôler non seulement la géométrie, mais aussi la topologie de la structure. Elle consiste à une modification fondamentale de la nature de l'objet en termes de nombre et de position des composantes des domaines. Les variables de conception deviennent des variables logiques informant sur la présence ou absence de la matière dans une position donnée du domaine. L'optimisation se ramène dans ce cas à la recherche de la distribution optimale de matière dans le domaine en éliminant de la matière dans les endroits du domaine ne respectant pas les fonctions objectifs. L'avantage majeur de cette méthode réside dans le fait qu'aucune information initiale sur la topologie de la forme optimale n'est à donner.

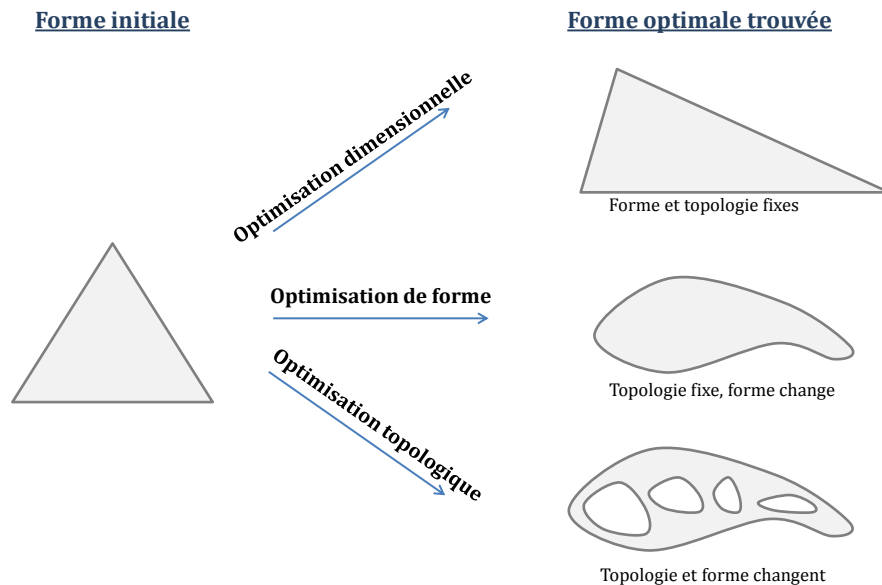


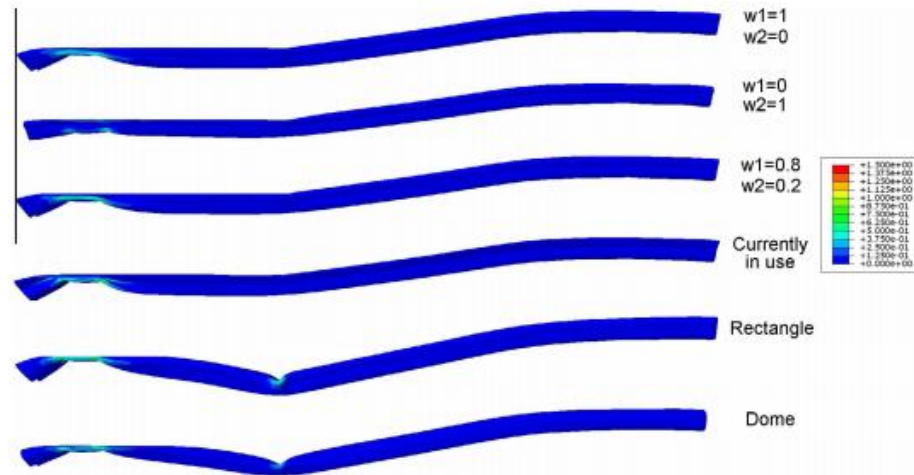
Figure 1 : Les trois catégories d'optimisation structurelle

Duysinx[7] a montré dans ces travaux d'optimisation de structure que dans des problèmes de conception courants, les gains moyens de performances (masse ou rigidité) varient entre 5 et 10 % pour les méthodes d'optimisation dimensionnelle, entre 10 et 30 % pour l'optimisation de forme et entre 40 et 100 % pour les méthodes d'optimisation topologique. Cela souligne par conséquent la potentialité de l'optimisation topologique par rapport aux autres méthodes d'optimisation.

### 3 Application à la conception d'organes automobiles

Les méthodes d'optimisation structurelles trouvent facilement leurs places pour la conception d'organes dans le secteur automobile, en raison de leur capacité à fournir des solutions de conception innovantes et améliorées d'un point de vue performances et légèreté mais également en raison de leur capacité à raccourcir les cycles de design. Au cours de la dernière décennie, l'industrie automobile a largement utilisé les techniques d'optimisation ; par conséquent, presque tous les organes automobiles tels que les parties structurelles de la caisse en blanc, les sièges, les éléments du groupe moto propulseur, les éléments de suspension ou encore les éléments du châssis ont été optimisés grâce à ces techniques comme l'atteste la littérature. Toutefois, les méthodes d'optimisation étaient utilisées au début de façon découplée. Par exemple Chen et al. [6] ont eu recours à l'optimisation de forme pour la conception d'un réservoir de carburant rigide et léger. White et Webb [8] utilisent également la méthode d'optimisation de forme pour proposer une solution optimale pour des éléments de filtre à air. Les contraintes acoustiques sont définies comme fonction objectif et les variables géométriques comme variables de conception. Patel et al. [9] ont effectué une optimisation topologique pour

développer des pare choc en considérant une étude statique et dynamique. Tanlak et al. [10] considèrent la même pièce en aluminium et utilisent la méthode d'optimisation de forme pour proposer plusieurs formes de pare-chocs, Figure 2[10], en considérant les sollicitations de EuroNCAP à faibles vitesses.



**Figure 2 : Déformations plastiques équivalentes des différentes solutions développées pour la poutre de choc avant dans un cas de crash test à faible vitesse [10]**

Bien que la méthode utilisée ait permis de proposer plusieurs formes pour le pare-chocs, les solutions les plus prometteuses n'étaient pas envisageables d'un point de vue fabrication.

Bien que l'utilisation séparée des méthodes d'optimisation ait permis de trouver des solutions avec un certain respect des performances, elles étaient rapidement confrontées à des limitations qui empêchaient la proposition d'innovations dans la conception de pièces automobiles. A l'exception peut-être des méthodes d'optimisation topologique, l'utilisation des méthodes d'optimisation de forme ou dimensionnelle exigeaient de proposer une forme ou topologie initiale rendant ainsi l'innovation difficile.

Afin de se s'affranchir de ces problèmes, certains auteurs ont eu recours au couplage des méthodes d'optimisation. Wang et al. [11] ont effectué une optimisation de la conception des renforcements des éléments structurelle de la caisse en blanc en utilisant une optimisation topologique et une optimisation dimensionnelle. Le couplage de ces deux méthodes a permis d'augmenter la rigidité de la pièce tout en conservant une légèreté acceptable. Néanmoins la topologie obtenue par l'optimisation topologique n'était pas envisageable car certains éléments n'étaient pas faciles à fabriquer.

En ce qui concerne les composites, les études menées pour la conception d'organes automobiles se limitent pour la plupart à des optimisations dimensionnelle. En effet, en raison des coûts relativement élevés de la mise en forme des composites, les études se contentent de faire une optimisation à partir d'une forme et d'une topologie initialement définies et qui représentent une solution faisable d'un point de vue mise en forme. Bien que cette stratégie permette d'éviter les coûteuses impasses de conception liées à la fabrication, elle ne permettait pas de proposer des solutions innovantes. Dans ce sens nous pouvons citer les travaux de Belingardi et al. [12] qui ont proposé une étude numérique et une validation expérimentale des poutres de choc avant en composites.

### 3.1 Les matériaux composites métal-polymère

Les matériaux composites métal-polymère sont des matériaux relativement récents qui sont nés dans un contexte de réduction de la masse des équipements mécaniques et notamment dans l'aéronautique étant donné l'importance de la masse des véhicules ainsi que des moyens dont dispose ce secteur.

En effet, ces matériaux rencontrent quelques difficultés pour s'intégrer dans les autres secteurs, notamment dans l'automobile.

Ces matériaux se présentent de la forme suivante, il s'agit d'un « renfort » en métal qui existe afin de supporter la majorité des efforts avec une forte rigidité, et d'une matrice en polymère qui vient renforcer la partie métallique sans augmenter notablement la masse de l'objet. Ces matériaux tirent ainsi profit des points forts de chaque composant à savoir la rigidité et la résistance du métal et la légèreté du polymère.

Les principales technologies d'obtention de PMH qui sont actuellement utilisées dans l'industrie automobile peuvent être classées selon trois catégories :

Une technologie de sur-moulage développée et brevetée par Bayer [14].

Une technologie de sur-injection sur la partie métallique développée et brevetée par Rhodia [15] et adoptée pour la fabrication de la face-avant technique des camions.

Une technologie de collage entre la partie métallique et la partie plastique développée et brevetée par [16], et introduite pour la première fois en 2003 dans la face avant technique d'un prototype Volkswagen.

Une description plus détaillée de ces trois technologies de fabrication de PMH peut être consultée dans cette étude [17].

Pour nos travaux, nous avons décidé de nous intéresser à la deuxième technique hybride. Cette technologie de sur-injection consiste à injecter la partie plastique directement dans la partie métallique emboutie sous forme de U qui est préalablement placée dans le moule (voir Figure 3). Le plastique passe à travers des trous prévus dans le métal formant des rivets qui fournissent des verrouillages mécaniques avec une tenue en cisaillement de l'ordre de 10MPa [13].

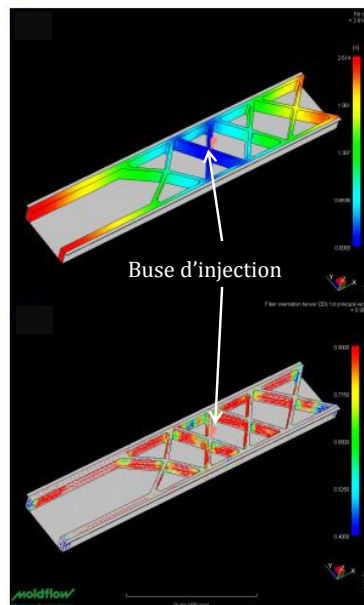


Figure 3 : technologie de sur-injection sur la partie métallique pour la fabrication des PMH.

Toutefois, il est à noter que cette technologie n'est actuellement utilisée que pour les pièces qui n'ont pas un rôle structurel dans la voiture. En effet, il n'est pas souhaitable de faire des trous dans une structure porteuse qui sont susceptibles d'affaiblir la rigidité de la structure.

Pour des questions de développement de l'algorithme d'optimisation topologique nous avons décidé, en premier temps de négliger ces limitations.

### 3.2 Travaux de Grujicic et al. [13] : travaux de comparaison

Afin de débiter nos recherches, nous avons décidé d'utiliser les travaux de Grujicic et al. [13] comme base de nos travaux.

La stratégie adoptée était d'utiliser les trois méthodes d'optimisation. Une première étape consistait à faire une optimisation topologique pour avoir une distribution optimale mais grossière du polymère à l'intérieur de l'enveloppe en acier fixe.

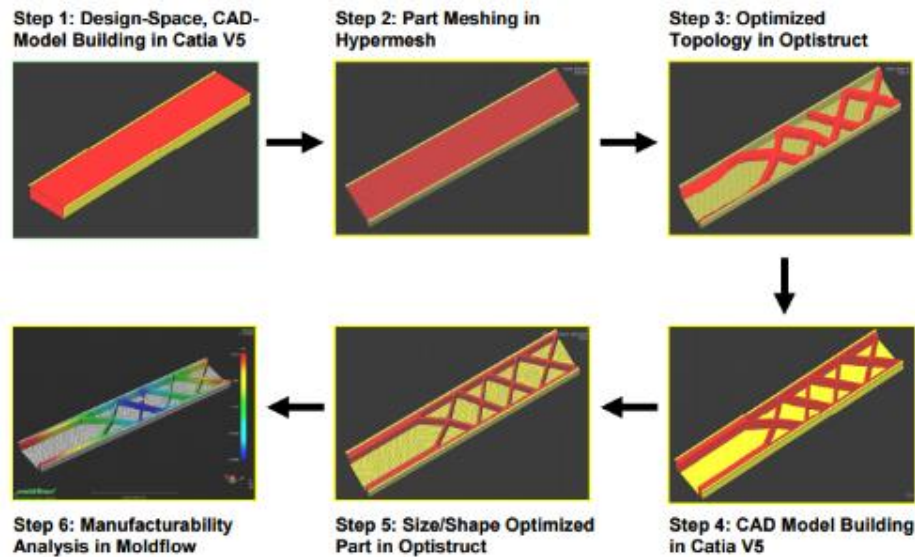


Figure 4 : étape d'optimisation structurelle de la poutre du BIW selon la méthode de Grujicic et al. [13]

La seconde consistait à effectuer une optimisation de forme et dimensionnelle des nervures en polymères. Dans la dernière étape les auteurs effectuent une simulation du procédé d'injection plastique afin de s'assurer de la faisabilité de mise en forme de la poutre. Toutefois, bien que cette méthode soit innovante d'un point de vue utilisation hybride de matériau et couplage des méthodes d'optimisation, les travaux menés par les auteurs souffraient de quelques faiblesses. En effet, l'étude de la rigidité dynamique était basée sur une démarche de linéarisation des formulations dynamiques, ce qui constituait donc une hypothèse simplificatrice conduisant à des solutions approximatives. De plus comme le suggère la Figure 4, la méthode de Grujicic et al. [13] faisait intervenir plusieurs logiciels tels que Catia, Abaqus et Optistruct pour la résolution de l'optimisation, rendant ainsi cette optimisation non automatisée. Enfin sachant que le solveur Optistruct ne permet pas des modifications des algorithmes d'optimisation, cet outil constitue un obstacle d'un point de vue recherche.

L'objectif de cette étude est de retrouver les résultats de l'étape 3 obtenus par Grujicic et al. [13] en utilisant un couplage entre le logiciel Matlab et le logiciel Ansys APDL. Afin de réaliser cela, nous avons à notre disposition deux codes d'optimisation topologique sur Matlab. Un algorithme à deux dimensions (O. Sigmund et al. [18]) ainsi qu'un algorithme à trois dimensions (Kai Liu et al. [19]). Ces deux algorithmes utilisent la méthode OC que nous décrirons plus loin dans la synthèse, ne fonctionnent que pour un seul matériau et ne tiennent pas compte des contraintes mécaniques.

## 4 Développement Algorithme optimisation topologique

### 4.1 Optimisation topologique par Sigmund et al. [18]

Le code d'optimisation topologique développé sur Matlab par O. Sigmund et al. [18] est basé sur la méthode Optimal Criteria (OC) traitant, comme fonction objective la minimisation de la compliance sous un chargement statique. Le code Matlab présente 99 lignes incluant la méthode OC et le sous-programme résolution par éléments finis. Les 99 lignes implémentées par O. Sigmund et al. [18] sont

divisé en 36 lignes pour le programme principale, 12 ligne pour la méthode OC, 16 ligne pour le filtre d'homogénéisation des densités et 35 ligne pour le code d'éléments finis.

La Figure 5 présente une représentation schématique du code d'optimisation topologique de O. Sigmund et al. [18] dans Matlab.

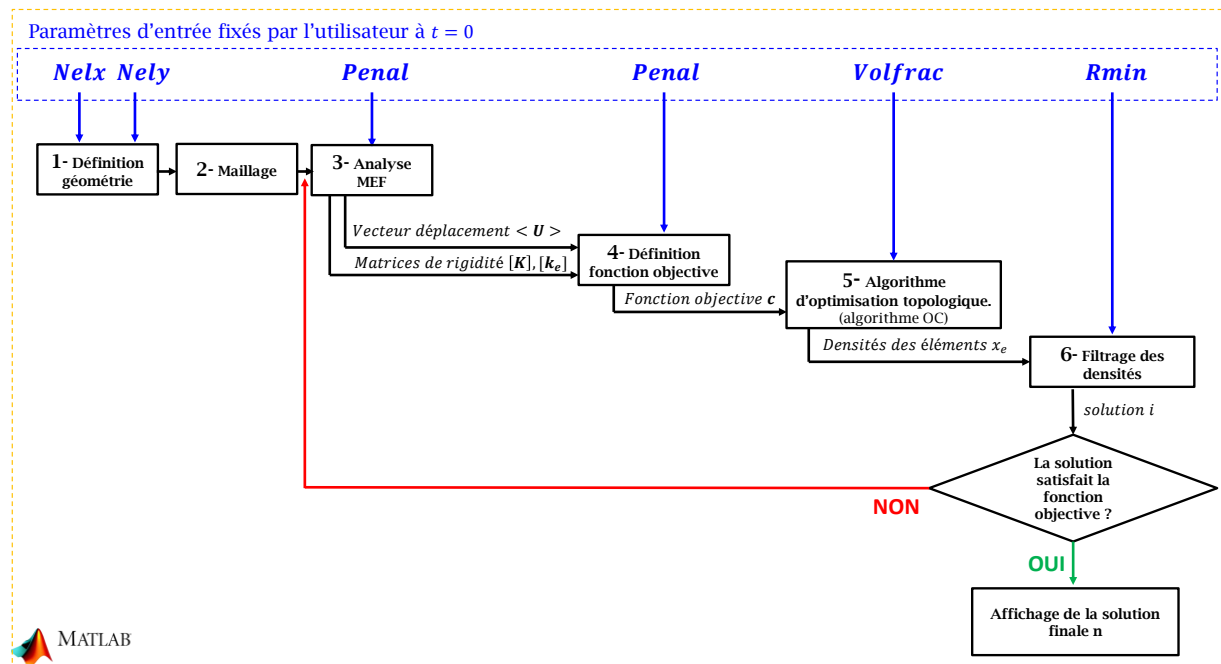


Figure 5 : Organigramme descriptif du fonctionnement de l'algorithme d'optimisation topologique O. Sigmund et al. [18]

Pour fonctionner, l'algorithme nécessite que l'utilisateur remplisse un vecteur contenant 5 paramètres d'entrée, Figure 5:

- $Nelx$  représente le nombre d'éléments sur l'axe  $x$ .
- $Nely$  représente le nombre d'éléments sur l'axe  $y$ .
- $Volfrac$  représente la fraction de la surface qui sera remplie par de la matière par rapport à la surface totale ( $Nelx \times Nely$ ).
- $Penal$  représente un facteur qui permet de pénaliser les densités intermédiaires (comprises entre 0 et 1). Grâce à une étude paramétrique, Bendsoe et Sigmund [20] ont montré qu'une valeur de  $Penal = 3$  est « physiquement admissible » dans le sens où une telle valeur permettait de restituer des résultats réels. Dans la suite de notre étude nous allons adopter une valeur fixe de  $Penal = 3$ .
- $Rmin$  représente une surface de vide minimum à respecter par l'algorithme afin qu'il ne propose pas une section avec une multitude de petits trous mais plutôt avec quelques trous importants (dans un but de fabricabilité). Pour cette étude nous allons fixer  $Rmin = 3$  [20]. Cependant, il est intéressant de faire une étude paramétrique afin d'évaluer l'influence de ce paramètre sur les résultats finaux.

Par la suite l'algorithme démarre une boucle dans laquelle 5 étapes sont sollicitées :

**Étape 1 :** un calcul par éléments finis est effectué afin d'obtenir le déplacement de chaque nœud dans les directions  $x$  et  $y$  en fonction des caractéristiques du matériau (module de Young  $E$  et coefficient de Poisson  $\mu$ ) et des conditions limites voulues (encastrement et forces appliquées).

**Étape 2 :** un calcul est effectué afin de déterminer la fonction objective qui est basée dans ce cas d'application, sur la maximisation de la rigidité. La méthode d'optimisation topologique est

considérée dans un cas de problème avec des contraintes d'égalité et d'inégalité. La fonction objectif s'écrit alors sous cette forme, Eq (2) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min x : c(x) = U^T K U = \sum_{e=1}^N (x_e)^p u_e^T k_e u_e \\ \text{subject to : } \begin{cases} \frac{V(x)}{V_0} = Volfrac \\ K U = F \\ 10^{-3} \leq x \leq 1 \end{cases} \end{array} \right. \quad (2)$$

où  $c$  est la fonction objectif.  $U$ ,  $K$  et  $F$  sont respectivement le vecteur déplacement, le vecteur force et la matrice de rigidité.  $u_e$  est le déplacement et  $k_e$  la rigidité d'un seul élément.  $x$  est la densité d'un élément qui varie entre 1 et  $10^{-3}$  (différent de 0 pour éviter les singularités numériques), 1 étant présence de matière et  $10^{-3}$  étant pas de matière. Il est bien évidemment clair que la somme des densités  $x$  divisé par la surface totale ( $Nelx \times Nely$ ) est égale à la fraction volumique (ou surfacique dans le cas 2D) :

$$\frac{\sum x}{Nelx \times Nely} = Volfrac \quad (3)$$

**Étape 3 :** un calcul d'optimisation topologique est effectué permettant de faire varier la densité d'un élément (de 1 pour plein à 0 pour vide) en fonction des déplacements des nœuds calculés précédemment et d'obtenir ainsi une nouvelle répartition de la matière.

**Étape 4 :** un filtrage des densités permettant d'homogénéiser la répartition de la matière dans un périmètre prédéfini par le coefficient  $Rmin$ .

**Étape 5 :** si la solution obtenue satisfait la fonction objectif et les conditions contraintes, le calcul s'arrête et la solution finale est affichée  $i$ . Dans ce cas d'application, la boucle s'arrête lorsque la différence entre la solution  $i$  et la solution  $i - 1$  soit inférieure à 2 %.

Dans le cas contraire une nouvelle boucle de calcul est entamée et une nouvelle répartition de la matière est proposée à l'issue de cette nouvelle boucle.

Pour des raisons de clarté, nous allons regrouper les étapes 3, 4 et 5 dans une seule étape qu'on nommera « Optimisation topologique »

## 4.2 Algorithme d'optimisation topologique modifié

Notre objectif, rappelons-le, consiste à développer un algorithme topologique permettant de proposer des solutions alliant rigidité et légèreté. Bien que l'algorithme de O. Sigmund et al. [18] soit basé sur la fonction objectif maximisation de la rigidité, il est clair qu'il ne permet pas de donner une conception de faible masse. En effet, il apparaît de la Figure 1 que le paramètre  $Volfrac$  (le pourcentage de remplissage de la matière) soit un paramètre d'entrée. Par conséquent, cette variable qui contrôle indirectement la masse de la poutre (si on considère le volume et la masse comme proportionnel) doit obligatoirement être déterminé par le biais d'un calcul étant donné que nous souhaitons introduire la masse en tant que fonction objectif et non un paramètre d'entrée.

Il apparaît également que l'algorithme de O. Sigmund et al. [18] ne soit pas optimisé dans l'utilisation des 3 premières étapes (1- définition de géométrie, 2-Maillage et 3-Analyse MEF). En considérant la manière de maillage des auteurs, il est clair que cette algorithme ne permet pas de créer (ou d'importer) des formes géométriques complexes et ne considère que des maillages réguliers. De plus, il est quasiment impossible de dissocier le domaine de conception propre à l'optimisation topologique et le domaine de maillage propre à la méthode par éléments finis. En effet et à titre d'illustration, si l'on considère une pièce de  $n$  unités de mesures (mm ou m) suivant une direction, l'algorithme impose  $n$  éléments de maillage suivant la direction considérée.



## 4.2.1 Implémentation numérique couplage entre Ansys et Matlab

Pour s'affranchir des difficultés liées au maillage et à la géométrie citées ci-dessus, un couplage entre Ansys APDL et Matlab est considéré. Comme illustré sur la Figure 6, la définition de géométrie et le maillage (étape 1 et 2) seront traités sur Ansys APDL où il est plus aisé de considérer plusieurs types de géométrie ainsi que de dissocier le domaine de maillage et de conception.

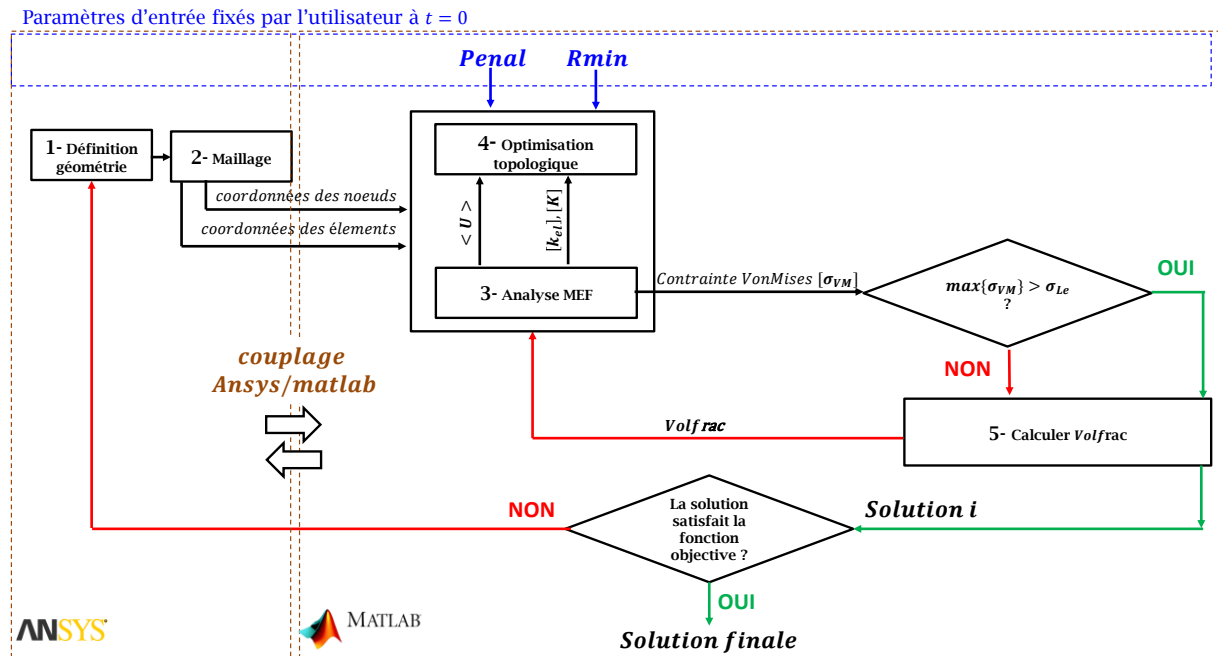


Figure 6 : Organigramme descriptif du fonctionnement de l'algorithme d'optimisation topologique modifié

Considérons le maillage de la structure 2D composé de  $N_{el}$  éléments quadratiques à 2 points d'intégration (voir Figure 7). Chaque élément est dénoté par  $el_j$  avec  $j$  le numéro de l'élément et ayant 4 nœuds constitutifs identifiés par  $Node_i$  avec  $i$  le numéro du nœud. La position de chaque nœud est défini dans le repère cartésien ayant comme origine le point au coin inférieur gauche de la structure prismatique 2D (voir Figure 7). En approche 2D, chaque nœud possède deux degrés de liberté correspondant au déplacement linéaire suivant la direction X et dénoté par  $DOFx$  et la direction Y dénoté par  $DOFy$ . Par conséquent chaque élément possède 8 degrés de liberté. Les nœuds contraints auront un degré de liberté nulle suivant la direction considérée.

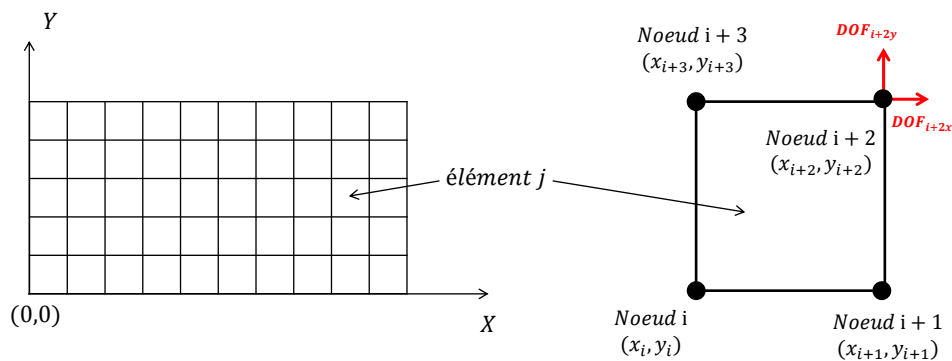


Figure 7 : élément de maillage et nœuds constitutifs. Représentation des degrés de libertés  $DOFx$  et  $DOFy$  et des coordonnées des nœuds

A l'issue des étapes 1 et 2, Ansys APDL organise les nœuds, leurs coordonnées correspondantes ainsi que les degrés de liberté dans fichier texte ayant la même forme que le Tableau 1 ci-dessous.

**Tableau 1 : Fichier texte de sortie issu d'Ansys contenant les coordonnées et les degrés de liberté des nœuds**

Numéro Nœuds	Coordonnée suivant x	Coordonnée suivant y	Degrés de liberté suivant x	Degrés de liberté suivant y
$Node_1$	$1x$	$1y$	$DOF_{1x}$	$DOF_{1y}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$Node_i$	$ix$	$iy$	$DOF_{ix}$	$DOF_{iy}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$Node_n$	$nx$	$ny$	$DOF_{nx}$	$DOF_{ny}$

A l'instar des nœuds, les éléments ainsi que leurs nœuds constitutifs (voir Figure 7) sont organisés dans un fichier texte ayant la même forme que le Tableau 2 ci-dessous. Le nombre total des nœuds est dénoté par  $N_{node}$

**Tableau 2 : Fichier texte de sortie issu d'Ansys contenant les éléments et les 4 nœuds constitutifs**

Numéro éléments	Nœud 1	Nœud 2	Nœud 3	Nœud 4
$el_j$	$Node_i$	$Node_{i+1}$	$Node_{i+2}$	$Node_{i+3}$

Les données de sortie d'Ansys APDL sont intégrées dans l'étape 3 réalisé sous Matlab afin de déterminer les matrices rigidités des éléments  $k_{el}$  ( $el = 1, \dots, N_{el}$ ) de dimension  $8 \times 8$ , de la matrice symétrique globale de rigidité  $K$  de dimension  $2N_{node} \times 2N_{node}$  et du vecteur déplacement  $U = [U_{1x}, U_{1y}, \dots, U_{N_{node}x}, U_{N_{node}y}]^T$ . L'étape 3 permet d'obtenir la contrainte de Von Mises  $\sigma_{VM}$  aux nœuds et aux éléments, tandis que l'étape 4 se basera sur l'ensemble des paramètres pour effectuer l'optimisation topologique.

#### 4.2.2 Prise en compte des contraintes mécaniques et contrôle de la masse

Afin de rendre le paramètre fraction de volume *Volfrac* un paramètre de sortie et in facto calculé à chaque itération, une nouvelle étape a été introduite dans l'algorithme se basant sur le calcul des contraintes mécaniques de Von Mises (voir Figure 6). La nouvelle approche consiste donc à faire varier le paramètre *Volfrac* (étape 5 Figure 6) tout en calculant la contrainte Von Mises dans le matériau. L'algorithme s'arrête lorsque la solution trouvée présente le compromis entre rigidité (le max des contraintes de Von Mises  $\max\{\sigma_{VM}\}$  est inférieur aux limites élastique  $\sigma_{le}$  du matériau considéré) et légèreté (le plus petit *Volfrac*). :

La démarche de détermination du paramètre *Volfrac* est décrite par l'organigramme de la Figure 8 ci-dessous, qui n'est autre qu'une représentation détaillé de l'étape 5 de la Figure 6.

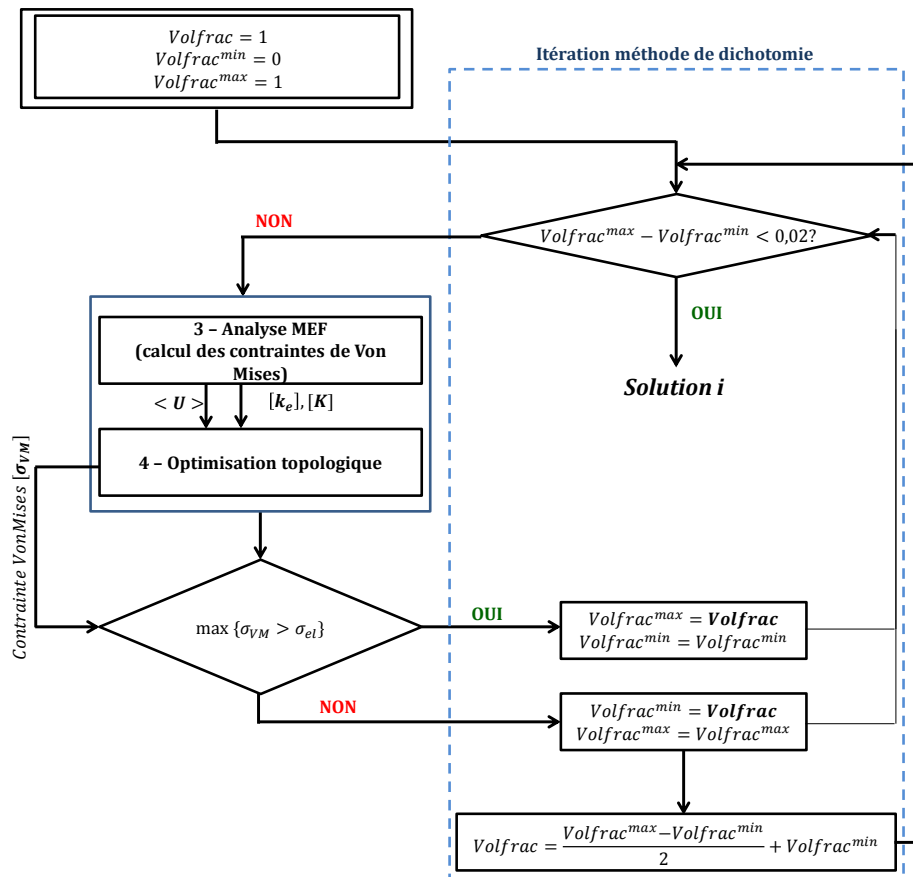


Figure 8 - Organigramme de la démarche de calcul de *Volfrac* intégrée dans l'algorithme d'optimisation

- La méthode de dichotomie est considérée dans ce cas. Elle permet de réduire le temps d'un algorithme si celui-ci suit une loi « proportionnelle ». Dans notre cas, cette méthode consiste à faire varier un *Volfrac* maximal et un *Volfrac* minimal en fonction de l'atteinte ou non de la limite élastique. Un *Volfrac* égal à 1 est introduit dans l'algorithme à la première itération, un  $Volfrac^{max}$  égal à 1 et un  $Volfrac^{min}$  égal à 0 sont considérés.
- La contrainte de VonMises  $\sigma_{VM}$  est calculée en considérant les informations de géométrie et de maillage issues de l'analyse sur Ansys APDL (voir Figure 6)
- Si la contrainte maximale (limite élastique) n'est pas atteinte, les valeurs de  $Volfrac^{max}$  et de  $Volfrac^{min}$  sont réactualisées et une nouvelle valeur est affectée à *Volfrac* comme décrit dans la Figure 8.
- A l'issue du calcul des contrainte, la nouvelle valeur de *Volfrac* ainsi que les résultats de déplacement des nœuds sont utilisés pour l'optimisation topologique.
- Le nombre d'itérations à l'issue duquel la méthode de la dichotomie trouve la solution est calculé par la formule suivante :

$$nb \text{ itérations} = \frac{\ln(\text{plage}/2)}{\ln(\text{pas de décrémentation})} = \frac{\ln(50)}{\ln(2)} = 5.64 \quad (4)$$

- Dans laquelle la plage représente la valeur maximale (densité max, soit 100%) moins la valeur minimale (densité min, soit 0). Et où le pas de décrémentation est la tolérance que nous donnons à notre solution finale (soit ici une tolérance de 2%).
- Si  $\max\{\sigma_{VM}\} > \sigma_{le}$  est vrai, une *solution i* est alors proposée

### 4.3 Cas d'application : Poutre en PMH (Polymer Metal Hybrid)

L'algorithme d'O. Sigmund et al. [18] étant modifié et le couplage entre Ansys et Matlab mis en place, un cas d'une poutre en PMH est alors considéré comme cas d'application (voir Figure 9).

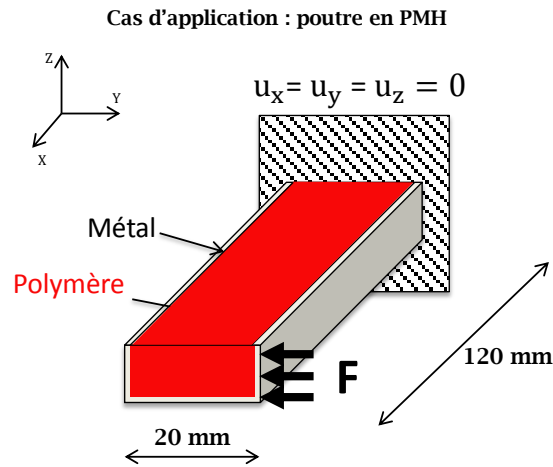


Figure 9 - Modélisation du problème de statique

En considérant uniquement un chargement statique de flexion (les chargements dynamiques sont négligés dans cette étude) nous souhaitons faire un calcul d'optimisation topologique sur la partie polymère d'une poutre PMH aux dimensions observables sur la Figure 9 en prenant en compte les caractéristiques de la partie métallique lors du calcul par éléments finis.

Le polymère choisi est identique à celui utilisé par Grujicic et al. dans leur étude [13]. Il s'agit d'un matériau plastique développé par Bayer sous le de PA6-GF30 composé d'un polyamide renforcé à 30%wt de fibres de verre et ayant les caractéristiques mécaniques suivantes : Module de Young  $E_p = 9 \text{ GPa}$ , coefficient de poisson  $\nu_p = 0.4$ , limite élastique  $\sigma_{p-le} = 150 \text{ MPa}$  et une densité  $\rho_p = 1400 \text{ Kg/m}^3$ .

Concernant la partie métallique, n'ayant pas trouvé de référence dans les travaux de par Grujicic et al.[13], un acier de construction classique le 42CrMo4 a été considéré et ayant les caractéristiques mécaniques suivantes :Module de Young  $E_m = 210 \text{ GPa}$ , coefficient de poisson  $\nu_m = 0.3$ , limite élastique  $\sigma_{m-le} = 350 \text{ MPa}$  et une densité  $\rho_m = 7800 \text{ Kg/m}^3$ .

En considérant les dimensions listées dans le Tableau 3, un calcul a été lancé afin d'évaluer la pertinence de notre algorithme. Les paramètres utilisés pour ce calcul sont listés dans le Tableau 3 ci-dessous.

Tableau 3 : Valeurs des paramètres d'entrée utilisés pour ce cas d'étude

longueur $x$	largeur $y$	Penal	Rmin
120	20	3	1.5

En notant par  $\sigma_{i-max} = \max\{\sigma_{i-VM}\}$  avec  $i = m, p$ , la valeur de la contrainte maximale de Von mises nous pouvons définir un paramètre  $\lambda$  qui définit par l'Eq (5) le rapport et qui permet de décrire l'évolution de la contrainte dans le matériau.

$$\lambda = \frac{\sigma_{i-max}}{\sigma_{i-lim}} \quad (5)$$

Les résultats obtenus grâce à cette approche sont représentés par la Figure 10. Il est à noter que le paramètre  $\lambda$  n'est calculé que pour le cas du polymère vu que ce dernier a tendance à atteindre sa limite élastique en premier.

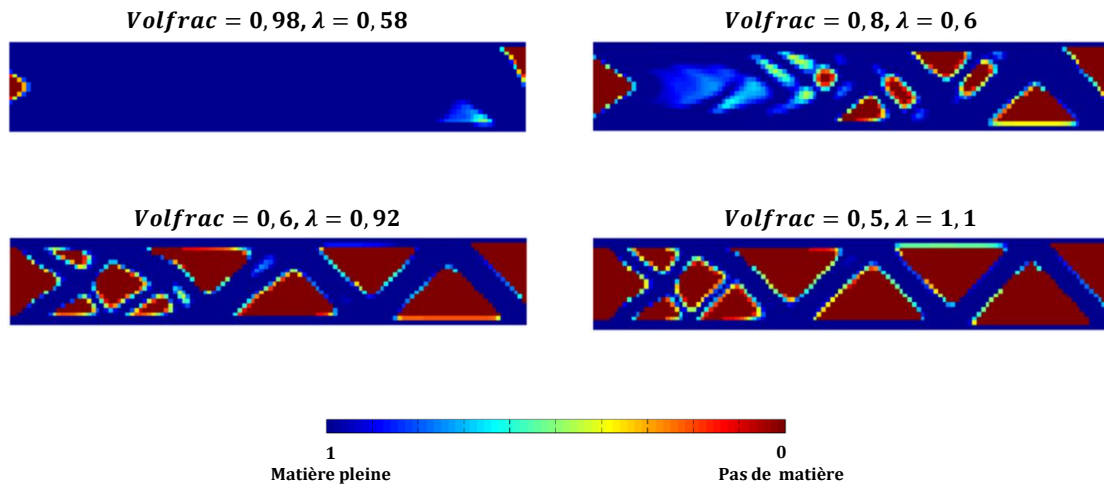


Figure 10 - Evolution du paramètre  $\lambda$  en fonction de la diminution de  $Volfrac$

Pour un effort de 500N appliqué sur une poutre de 120 mm de longueur et de 20 mm de largeur, la limite élastique du polymère a été atteinte pour un  $Volfrac$  égal à 48% (voir Figure 11).

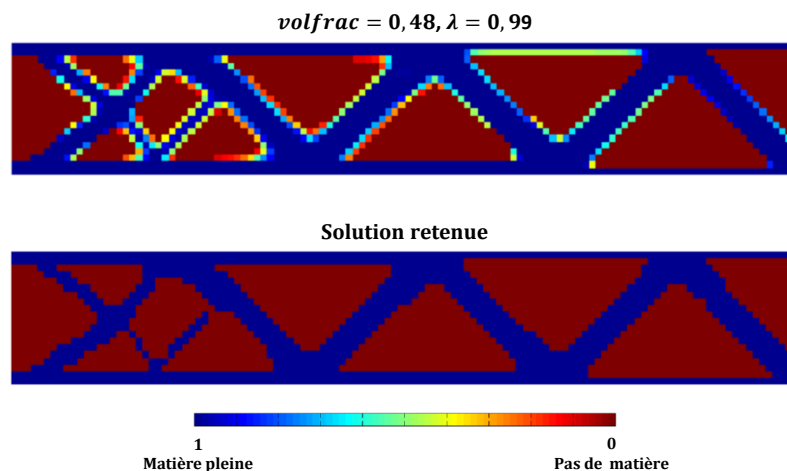


Figure 11 : Solution finale donnée par l'algorithme d'optimisation topologique modifié

Une condition nécessaire de validation de notre solution est que le résultat soit identique à celui obtenu par Grujicic et al. [13], ce qui est chose faite.

De plus, nous avons apporté l'originalité à cette méthode d'optimisation topologique et à sa capacité à donner des résultats de conception non intuitive, en mettant conjointement en place une méthode inspirée de la méthode « Fully Stressed Design » [21]. Dans cette méthode l'algorithme ne se base pas sur un algorithme d'optimisation topologique. Au contraire il s'agit ici d'une approche très simple qui consiste à calculer les contraintes mécaniques et à supprimer par la suite les éléments peu ou non contraints. Grâce à la simplicité de cette méthode la solution finale de notre cas d'application est obtenue au bout de 3s, voir Figure 12.

$$volfrac = 0,48$$

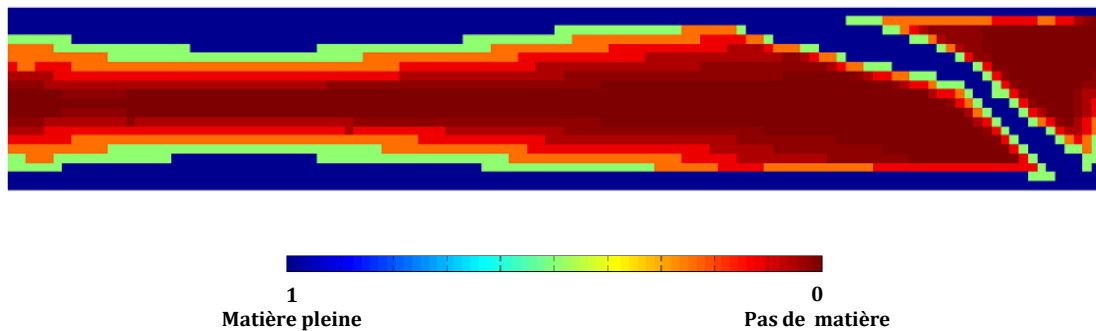


Figure 12 : Méthode non intuitive d'optimisation. Méthode de suppression des éléments non-contraints.

Toutefois, cette méthode présente deux grands inconvénients. Le premier est lié au fait qu'un *Volfrac* doit nécessairement être défini comme paramètres d'entrée. Le second inconvénient est lié au fait que cette méthode ne permet pas de proposer des solutions innovantes. Les solutions proposées sont des solutions intuitives qui peuvent être déterminées de façon empirique.

## 5 Conclusions et perspectives

Suite aux résultats obtenus, nous pouvons conclure que nos modifications sur l'algorithme semblent correctes comme peut en témoigner la comparaison entre les résultats obtenus par Grujicic et al. [13] et les nôtres ci-dessous. En effet, nous retrouvons dans nos résultats la répartition en nervures du polymère à l'intérieur de l'enveloppe en métal.

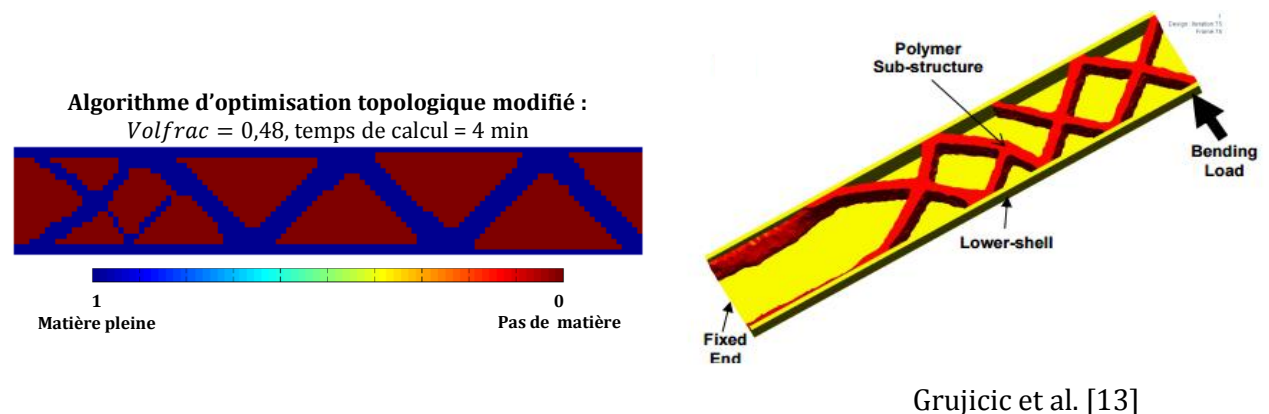


Figure 13 - Comparaison entre les résultats obtenus par Grujicic et al [13] et nos résultats obtenus par le biais de l'algorithme modifié

Toutefois, il est judicieux de noter que cette comparaison n'est valable qu'à titre informatif vu que nous comparons des résultats 2D avec des résultats en 3D issus des travaux de Grujicic et al. [13]. En effet, une approche en 3D introduit un autre paramètre important  $nelz$  qui représente le nombre d'éléments suivant le nouveau axe  $Z$ . L'approche 3D introduit également un nouveau type de problématique que sont les contraintes de fabrications des PMH. Dans leurs travaux, Grujicic et al. [13] avaient mentionné ces contraintes de fabrications et ont montré que la non prise en compte des contraintes de fabrications dans l'algorithme d'optimisation donnerait des solutions finales non « fabricable » comme le montre la Figure 14 où le polymère est formé uniquement sur une plaque supérieure. D'après Grujicic et al. [13], les contraintes de fabrications sont intimement à la direction  $Z$  suivant perpendiculaire au plan  $XY$ . Dans le cas d'une modélisation en 3D, les procédés de fabrication

devront être pris en compte afin d'éviter des solutions non fabricable en considérant une nouvelle fonction contraintes dans l'algorithme d'optimisation topologique. Cette fonction contrainte sera fonction de la direction Z.

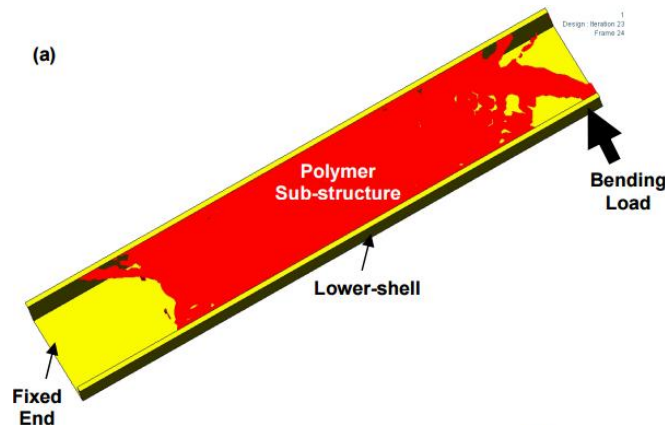


Figure 14 : Résultats d'optimisation topologique issus des travaux de Grujicic et al. [13] en négligeant les contraintes de fabrications des PMH

Il est judicieux de mentionner que dans le cas de notre étude une parfaite liaison est considéré dans les interfaces de contact Polymère/Métal. Des études [13] ont montré que des efforts de cisaillement  $\geq 10 \text{ MPa}$  ont pour effet de rompre la liaison polymère/métal. Par conséquent et à l'instar des procédés de fabrication, la prise en compte des interfaces de contact dans l'algorithme d'optimisation topologique est un travail de perspective indispensable.

Dans le cadre de cette étude, seuls les efforts statiques en flexion ont été considérés. Toutefois, le dimensionnement des pièces automobiles nécessite de considérer les efforts en torsion mais également les efforts en flexion-torsion combinés [13].

Il s'avère également nécessaire de prendre en compte dans l'algorithme d'optimisation topologique, la rigidité dynamique en considérant les efforts dynamiques issus des vibrations. Ces efforts ont pour effet de modifier la matrice de rigidité globale.

## Références

- [1] M.P. Bendsøe, N. Kikuchi, Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 71 (1988) 197-224.
- [2] K. Saitou, K. Izui, S. Nishiwaki, P. Papalambros, A Survey of Structural Optimization in Mechanical Product Development, *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 5 (2005) 214.
- [3] G. Allaire, x000E, goire, E. Bonnetier, G. Francfort, F. Jouve, Shape optimization by the homogenization method, *Numerische Mathematik*, 76 (1997) 27-68.
- [4] M.P. Bendøse, O. Sigmund, *Topology Optimization: Theory, Methods and Applications*. ISBN: 3-540-42992-1, Springer, 2003.
- [5] D.E. Goldberg, J.H. Holland, Genetic algorithms and machine learning, *Machine learning*, 3 (1988) 95-99.
- [6] S. Chen, D. Tortorelli, Three-dimensional shape optimization with variational geometry, *Structural optimization*, 13 (1997) 81-94.
- [7] P. Duysinx, *Optimisation topologique: du milieu continu à la structure élastique*, (1996).
- [8] J.A. White, J.C. Webb, Air cleaner shell noise reduction with finite element shape optimization, *SAE Technical Paper*, 1997.
- [9] N.M. Patel, B.-S. Kang, J.E. Renaud, A.s. Tovar, Crashworthiness Design Using Topology Optimization, *Journal of Mechanical Design*, 131 (2009) 061013.
- [10] N. Tanlak, F.O. Sonmez, M. Senaltun, Shape optimization of bumper beams under high-velocity impact loads, *Engineering Structures*, 95 (2015) 49-60.
- [11] L. Wang, P.K. Basu, J.P. Leiva, Automobile body reinforcement by finite element optimization, *Finite Elements in Analysis and Design*, 40 (2004) 879-893.
- [12] G. Belingardi, A.T. Beyene, E.G. Koricho, Geometrical optimization of bumper beam profile made of pultruded composite by numerical simulation, *Composite Structures*, 102 (2013) 217-225.
- [13] M. Grujicic, G. Arakere, P. Pisu, B. Ayalew, N. Seyr, M. Erdmann, J. Holzleitner, Application of topology, size and shape optimization methods in polymer metal hybrid structural lightweight engineering, *Multidiscipline Modeling in Materials and Structures*, 4 (2008) 305-330.
- [14] O. Zoellner, J. Evans, Plastic-Metal Hybrid-A new development in the injection molding technology (37), *ANTEC-CONFERENCE PROCEEDINGS-*, UNKNOWN, 2002, pp. 2966-2969.
- [15] P.-M.H. Material, <http://www.hbmedia.net/polymotive/2003/01/articles/frontend1.shtml>.
- [16] D. Recktenwald, K. Korane, Advanced adhesives foster hybrid structures, *Machine design*, 77 (2005) 124-125.
- [17] M. Grujicic, Injection over molding of polymer-metal hybrid structures, *Am. J. Sci. Technol*, 1 (2014) 167-181.
- [18] O. Sigmund, A 99 line topology optimization code written in Matlab, *Structural and multidisciplinary optimization*, 21 (2001) 120-127.
- [19] K. Liu, A. Tovar, An efficient 3D topology optimization code written in Matlab, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 50 (2014) 1175-1196.