

# Modèle de comportement de structures textiles : développement, identification et implémentation

O.Haji<sup>a</sup>, A. Hivet<sup>a</sup>, L.Orgéas<sup>b</sup>, A. Sinoimeri<sup>c</sup>, G.Hivet<sup>a</sup>, E.Blond<sup>a</sup>

- a. Laboratoire PRISME, EA 4229 Université d'Orléans, 8 rue Léonard de Vinci, 45072 Orléans cedex 2. oussama.haji@etu.univ-orleans.fr
- b. CNRS/Université de Grenoble, Laboratoire Sols-Solides-Structures-Risques (3SR), BP 53, 38041 Grenoble cedex 9, France. laurent.orgeas@grenoble-inp.fr
- c. Université de Haute Alsace, Laboratoire de Mécanique et Physique Textiles 11, rue Alfred Werner, 68093 Mulhouse, France. artan.sinoimeri@uha.fr

## Résumé :

L'objectif de ces travaux est de modéliser le comportement mécanique des réseaux fibreux enchevêtrés. L'étude est basée sur une simulation par éléments finis, dont la première phase consiste à définir une stratégie de calcul fiable et efficace. Ainsi, des cas test simples ont été analysés. Les résultats obtenus ont permis d'établir une stratégie de simulation pour la suite de l'étude.

## Abstract:

*The aim of this thesis is to model the mechanical behavior of entangled fibrous network. The study is based on finite elements simulations where the first step focuses on establishing an efficient simulation strategy regarding the thesis objectives. Therefore, test cases have been simulated and analyzed. The achieved results allow to have a simulation strategy for the next steps of the study.*

**Mots clefs :** Fibres enchevêtrées, échelle microscopique, échelle mésoscopique, comportement mécanique, élément finis de poutre.

## 1. Introduction générale

Les renforts fibreux sont très utilisés grâce à leur excellent rapport résistance/masse. La mise en œuvre de ces matériaux est réalisée par des procédés de type « moule fermé » (LCM). Durant l'étape de préformage, le renfort fibreux est déformé pour pouvoir épouser la forme du moule. Par conséquent, le renfort subit différentes sollicitations mécaniques (e.g. compaction, torsion, flexion, cisaillement, traction) qui induisent des déformations et des endommagements dans le tissu. Cette étape est cruciale car elle peut impacter les propriétés mécaniques et l'apparence visuelle de la pièce produite.

Ainsi, La mise en œuvre des matériaux composites peut être améliorée via la mécanique des renforts fibreux en comprenant et en anticipant leur comportement mécanique. C'est dans cet objectif général que se positionne la présente étude. En effet, ce travail consiste à modéliser le comportement mécanique des renforts fibreux en passant par des simulations numériques. Cet article présente ainsi la démarche suivie pour établir une stratégie de simulation fiable. Deux familles d'éléments seraient

potentiellement utilisables : les éléments finis déformables et les éléments discrets. Dans le cas présent, la déformation des fibres (notamment en flexion) est sans doute un élément prépondérant dans le réarrangement du réseau. Les éléments finis semblent donc être un choix adapté. Comme cela est expliqué par la suite, l'éclatement des fibres conduit assez naturellement vers les éléments finis de poutre.

## **2. Choix du schéma de calcul et de la famille des éléments finis**

L'objectif de cette partie est de définir les outils de calcul. À savoir, le schéma de base de la simulation (Implicite ou explicite) et la famille des éléments finis. Les critères de choix sont la convergence, la fiabilité et l'efficacité.

### **2.1 Choix de la famille des éléments finis**

L'objectif étant de réaliser des simulations avec plusieurs centaines de fibres et l'éclatement de ces fibres étant relativement grand, il est primordial de définir une stratégie permettant d'optimiser le temps de calcul. Chaque fibre est donc modélisée par des éléments de poutre 3D. En effet, ces éléments sont simples géométriquement (Line unidimensionnel) et contiennent un nombre réduit de points d'intégration (trois au maximum pour les éléments cubiques).

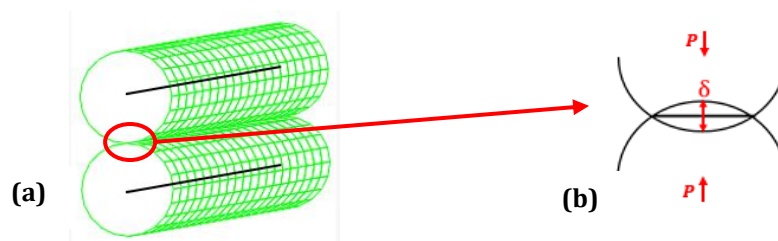
Il faut noter que ces éléments sont basés sur la théorie des poutres. Ainsi, la section est supposée non déformable. Par conséquent, une loi de contact doit être bien choisie pour reproduire le comportement des sections déformables. Ce point fera l'objet de la partie 5.

### **2.2 Choix du schéma de la simulation**

Les simulations sont effectuées sur Abaqus®. Ce dernier dispose de deux principaux modules de calcul par élément fini : Abaqus®/standard et Abaqus®/explicit. Dans le cas des éléments poutres dont la section est rigide, le calcul sur Abaqus/standard n'arrive pas à converger à cause des états de déformation nulle ou d'énergie interne nulle (Mode des corps rigides). En effet, ces modes induisent des singularités au niveau de la matrice de rigidité, d'où la non convergence. Cet inconvénient par rapport aux objectifs de cette étude conduit à adopter le module Abaqus®/explicit. Ce dernier est mieux adapté aux problèmes de contact, ce qui est le cas de cette étude, car il contient des formulations de contact mieux adaptées aux éléments poutres. Ce module permet aussi de faire des simulations quasi statiques en utilisant des paramètres de calcul explicite convenables.

## **3. La loi de contact des éléments poutres**

Dans les algorithmes de contact, la pénétration des nœuds est contrôlée par un effort résistant, fonction de la distance de pénétration  $\delta$ . La relation effort-pénétration est déterminée par des formulations de contact. La section des éléments poutres est non déformable par définition. Par conséquent, la pénétration  $\delta$  doit être liée à l'effort  $P$  par une formulation de contact fiable afin de reproduire le même comportement des sections déformables. Pour atteindre cet objectif, un cas test simple est étudié. Il consiste à mettre en contact deux poutres droites et parallèles avec des sections circulaires (figure 1).



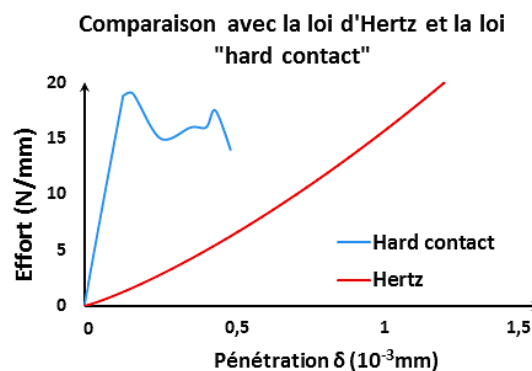
**Fig.1. Cas test 1. (a) contact entre deux poutres parallèles de section circulaire. (b) Pénétration des sections rigides des éléments poutres**

La relation effort-pénétration pourra ainsi être obtenue en fonction des formulations utilisées. Dans ce cas test, la relation effort-pénétration est assurée par la loi « hard contact ». La loi de référence est le modèle analytique de Johnson, 1985 [1] basé sur la théorie d'Hertz : soient deux cylindres parallèles de même rayon  $R$  dont le matériau est élastique isotrope de module d'Young  $E$  et de coefficients de poisson  $\nu$ . Si les deux cylindres sont soumis à un effort de compression  $P$ , la pénétration  $\delta$  s'exprime par l'équation 1.

$$\delta = \frac{P}{\pi E^*} \left( \ln \left( \frac{4\pi E^* \Delta R}{P} \right) \right) \quad (1)$$

$$E^* = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \text{ et } \Delta R = 2R \quad (2)$$

La figure 2 montre la rigidité de contact calculée via le cas test 1 (figure 1) en utilisant la formulation « hard contact ». Le résultat est comparé avec le modèle analytique de Johnson [1].



**Fig.2. Comparaison entre la loi de Hertz et la loi « hard contact »**

Au-dessus d'une pénétration critique, la condition de contact des éléments poutre n'est plus respectée. Le même problème est aussi constaté pour la formulation linéaire :  $P = K\delta$  dont  $K$  est la rigidité de contact. En effet, ces formulations ne sont pas adaptées aux problèmes de contact des éléments poutre, car elles ne permettent pas de contrôler l'effort résistant correspondant à la pénétration critique. Abaqes®/Explicit dispose d'une formulation effort-pénétration alternative qui permet de remédier au problème de la pénétration critique. Cette formulation consiste à augmenter la rigidité de contact par défaut  $K_{def}$  lorsqu'une pénétration critique est atteinte (figure 3).

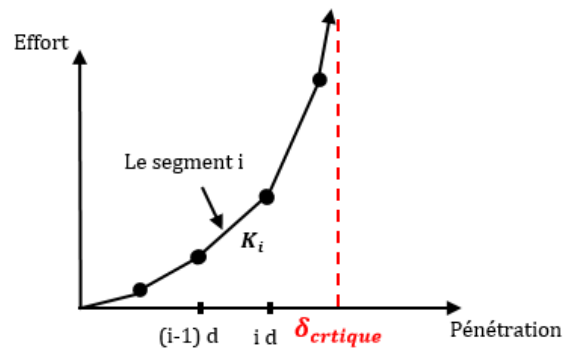


Fig.3. Formulation de contact basée sur une interpolation linéaire d'une loi de puissance

L'incrément  $d$  de la pénétration est défini comme étant une donnée imposée ou comme étant une fraction  $r$  de la longueur minimale des éléments finis dans la zone de contact. Quand la pénétration  $\delta$  atteint un multiple de l'incrément  $d$ , la rigidité de contact  $K_{def}$  est multipliée par un facteur  $s$ . Ainsi, pour une pénétration  $\delta$  appartenant à l'intervalle  $[(i-1)d, id]$ , la rigidité de contact  $K_i$  évolue suivant une loi de puissance en fonction du facteur  $S$ .

$$K_i = S_0 K_{def} S^{i-1} \quad (3)$$

La figure 4 présente la rigidité de contact pour la valeur par défaut des coefficients  $S$  et  $S_0$  ( $S=S_0=1$ ). L'effort varie ainsi linéairement par rapport à la pénétration.

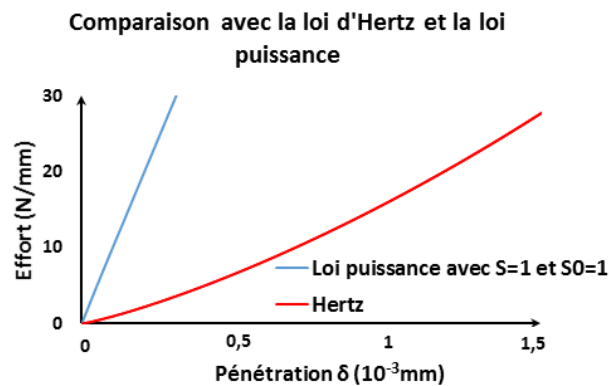


Fig.4. Comparaison entre la loi de Hertz et la loi de puissance pour  $S=S_0=1$ .

Le contact obtenu par cette formulation est plus rigide par rapport au modèle analytique de Hertz. Par conséquent, les paramètres  $d$ ,  $S$  et  $S_0$  doivent être identifiés afin de reproduire la loi de contact analytique. En revanche, uniquement pour la suite des cas test, la formulation « hard contact » sera utilisée pour deux raisons :

- Avoir un contact plus rigide, chose qui permettra de limiter les pénétrations et les déformations. Ainsi, la mécanique des solides indéformables pourra être prise comme solution analytique de référence.
- Pouvoir simuler certains cas test en dynamique implicite. En effet, la formulation présentée dans la figure 3 est valable uniquement en dynamique explicite.

## 4. Choix du type des éléments de poutre

Le choix est fait entre deux types d'éléments de poutres : B31 et B32. Le critère de choix principal dans un premier temps est la stabilité. Par conséquent, Le contact entre deux poutres croisées fera l'objet du premier cas test.

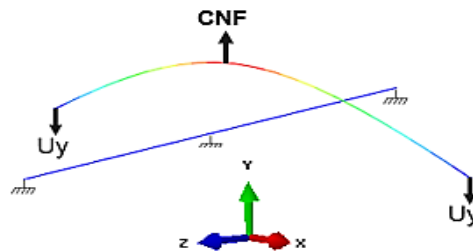


Fig.5. Cas test 2 : contact entre deux poutres croisées

Ce cas test consiste à tester la rigidité de contact de deux poutres. Chaque poutre est maillée par des éléments B31, puis par des éléments B32 afin de comparer entre les deux types d'élément.

Chaque poutre est modélisée par un matériau homogène dont la loi de comportement est élastique isotrope. Le contact normal est assuré par la loi « hard contact ». Théoriquement, cette loi ne tolère aucune pénétration entre les surfaces en contact. En revanche, d'un point de vue éléments finis, la condition zéro pénétration n'est pas toujours respectée, notamment dans le cas des éléments de poutre. Par conséquent, puisque la section des poutres est rigide, la pénétration  $\delta$  calculée dans ce cas test est due aux coefficients de pénalité associés aux éléments poutres. Ainsi, les éléments B32 et B31 ont différentes rigidités de contact (figure 6).

La figure 6 met en évidence l'instabilité des éléments B32 par rapport aux éléments B31. L'amplitude de ces instabilités risque d'augmenter lorsque le nombre de poutres et donc le nombre de contacts augmentera. La réponse macroscopique du modèle à un chargement mécanique, notamment la compaction, pourrait donc être impactée. Ainsi, les fibres seront modélisées par des éléments de poutre linéaires (B31) pour la suite de l'étude.

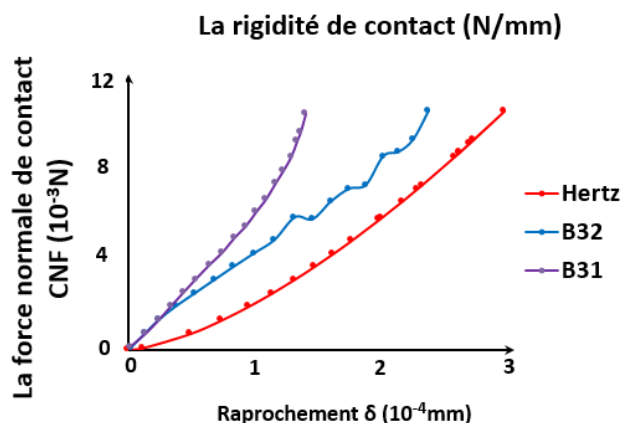


Fig.6. Rigidité de contact de deux poutres croisées en utilisant les éléments B31 et B32

## 5. Validation du choix des éléments B31

L'objectif de cette partie est de tester la fiabilité et la précision des éléments B31. Pour cela, le cas test présenté dans la figure 7 est mis en œuvre. Il consiste à soumettre trois poutres droites et parallèles à leur propre poids  $P$ . Les poutres B1 et B3 sont en contact avec des plaques analytiques rigides P1, P2 et P3.

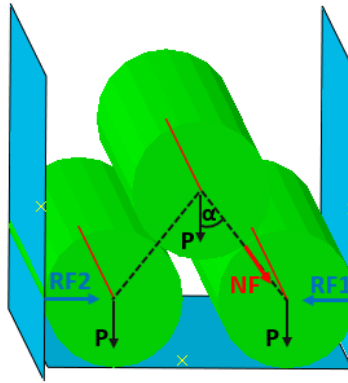


Fig.7. Cas test 3 : Contact entre trois poutres droites et parallèles dans un cas statique

Les éléments de validation sont les efforts normaux  $NF$  de contact entre deux poutres et les efforts de réaction  $RF$  sur les plaques rigides. La variation de ces deux variables sera comparée avec les résultats analytiques. En effet, le contact normal est modélisé toujours par la loi « hard contact ». L'avantage de cette formulation, par rapport à ce cas test, est d'avoir un contact rigide qui limitera la variation de l'angle  $\alpha$ . Par conséquent, le cas test pourrait être traité comme un problème de solides indéformables. Ainsi, l'évolution des efforts  $NF$  et  $RF$  par rapport au poids  $P$  est obtenue analytiquement.

$$\|\overline{NF}\| = \|\overline{P}\| \cos(\alpha) = 1,56 \cdot 10^{-10} N \quad (4)$$

$$\|\overline{RF}\| = (\|\overline{P}\| \tan(\alpha))/2 = 8 \cdot 10^{-11} N \quad (5)$$

Analytiquement, les efforts  $NF$  et  $RF$  varient linéairement en fonction du poids  $P$ . La même variation est obtenue par simulation avec les éléments B31 (figure 8). En plus, l'erreur relative entre les valeurs analytiques et les valeurs de la simulation est très faible. Ainsi, le choix des éléments B31 est validé.

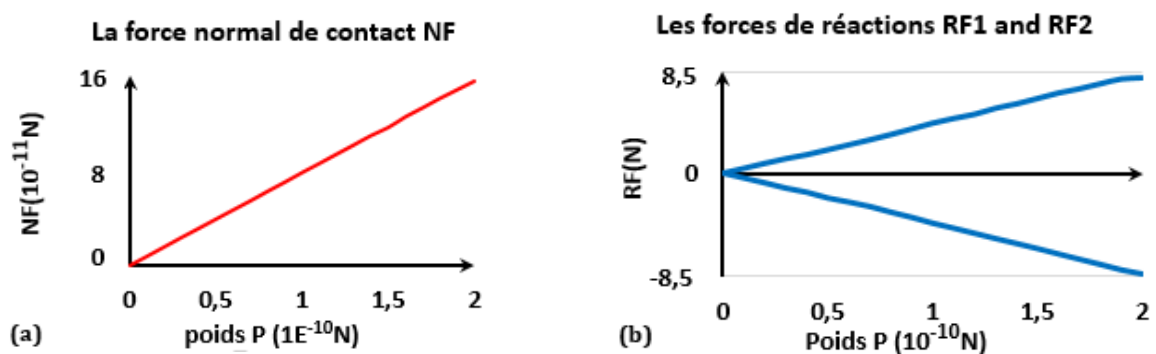


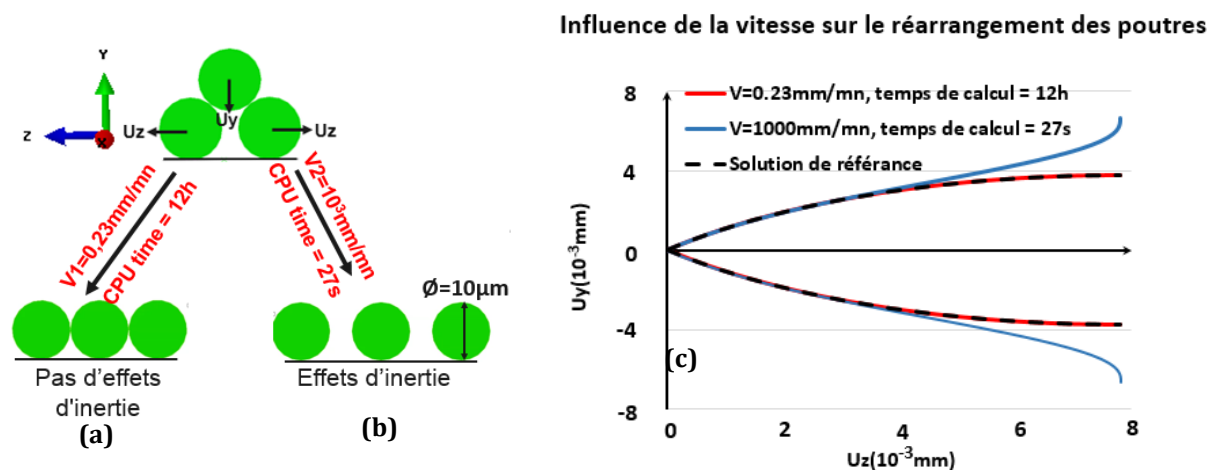
Fig.8. Evolution des efforts de contact et de réaction en fonction du poids des poutres (a) Effort normal de contact  $NF$  (b) Evolution effort de réaction  $RF$

## 6. Etude de réarrangement des poutres

Les essais expérimentaux sur les assemblages fibreux, notamment la compaction, sont quasi statiques (vitesse de chargement de l'ordre de 1mm/mn). Ainsi, l'objectif de cette partie est de reproduire des simulations quasi statiques en dynamique explicite avec un temps de calcul optimal.

En effet, la simulation en dynamique explicite est basée sur un schéma d'intégration explicite de l'équation d'équilibre dynamique en utilisant plusieurs incréments de temps très faibles (de l'ordre de  $10^{-8}$  s). En termes de temps de calcul, cette procédure est plus efficace pour les simulations à réponse dynamique rapide. Mais moins efficace pour les simulations quasi statiques, à cause de leur faible vitesse de chargement. Diminuer le temps de calcul, revient donc à augmenter la vitesse de chargement. Par conséquent, puisque l'incrément de temps est très faible, le terme d'inertie  $[M]\ddot{u}$ , avec  $M$  est la masse et  $\ddot{u}$  est l'accélération, dans l'équation d'équilibre dynamique augmentera aussi, chose qui induit des effets d'inertie considérables.

Pour illustrer ce phénomène, un cas test simulant le réarrangement de trois poutres est mis en œuvre (figure 9). Il consiste à imposer un déplacement  $U_z$  suivant l'axe  $z$  sur la poutre B1, ensuite calculer le déplacement  $U_y$  suivant l'axe  $y$  des poutres B2 et B3 en fonction de  $U_z$ . Deux vitesses de déplacement de la poutre B1 sont testés  $v_1 = 0.23\text{mm/mn}$  et  $v_2 = 1000\text{mm/mn}$ . Un coefficient de frottement de 0.3 est défini entre les surfaces poutre-poutre et poutre-plaque. Le même cas test est simulé en dynamique implicite, les résultats obtenus sont considérés comme solution de référence.



**Fig.9. Cas test 4 : réarrangement de trois poutres 3D droites et parallèles. (a) réarrangement quasi statique sans effet d'inertie (b) réarrangement rapide avec des effets d'inertie (c) Influence de la vitesse sur le réarrangement des poutres**

La vitesse  $v_1 = 0.23\text{mm/mn}$  permet de reproduire une simulation quasi statique en dynamique explicite. Les déplacements  $U_y$  correspondant à cette vitesse sont égaux aux déplacements obtenus en dynamique implicite. En revanche le temps de calcul est très long relativement à ce cas test simple. La vitesse  $v_2 = 1000\text{mm/mn}$  permet d'avoir un temps de calcul raisonnable. Mais, elle induit des effets d'inertie qui se manifestent dans le réarrangement rapide des poutres avec une perte de contact. Le réarrangement des poutres est un mécanisme à très faible énergie de déformation. La condition d'avoir une simulation quasi-statique, en l'occurrence  $Ec < 10^{-2}Ed$  Avec  $Ec$  est l'énergie cinétique et  $Ed$  est l'énergie de déformation, est très difficile à respecter. Agir sur la vitesse absolue  $\dot{u}$  via la

matrice d'amortissement  $[D]$  (formule 6) est parmi les possibilités qui permettront de remédier à ce problème.

$$[K] u + [D] \dot{u} + [M] \ddot{u} = \sum F_{ext} \quad (6)$$

Où  $[K]$  est la matrice de rigidité,  $[D]$  est la matrice d'amortissement,  $[M]$  est la matrice de masse et  $F_{ext}$  est le vecteur des efforts externes. La matrice d'amortissement est une combinaison linéaire de la matrice de masse et de la matrice de rigidité :

$$[D] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (7)$$

Le facteur  $\alpha$  introduit des efforts d'amortissement causés par la vitesse absolue. Il simule l'idée de mouvement dans un éther visqueux. Le mouvement de chaque point génère donc un effort d'amortissement dans ce point. Le facteur  $\beta$  introduit des contraintes d'amortissement proportionnel à la vitesse de déformation du matériau dans chaque point d'intégration. Simulant ainsi l'idée d'un comportement visqueux lié au matériau lui-même. L'amortissement proportionnel à la masse est le plus adapté au mécanisme de réarrangement des poutres du fait de l'absence de la déformation. En plus, les deux facteurs  $\alpha$  et  $\beta$  diminuent le pas de temps stable, chose qui augmente le temps de calcul. Mais l'influence du facteur  $\alpha$  est moins importante par rapport au facteur  $\beta$ .

Le cas test présenté dans la figure 9 est simulé à nouveau en ajoutant de l'amortissement proportionnel à la masse. Trois valeurs du facteur  $\alpha$  sont simulées : 0,  $10^4$  et  $10^5$  (figure 10.a). En plus, l'influence du facteur  $\alpha$  sur les efforts de contact dans un cas test statique (comme celui présenté dans la figure 7) est également vérifié (figure 10.b).

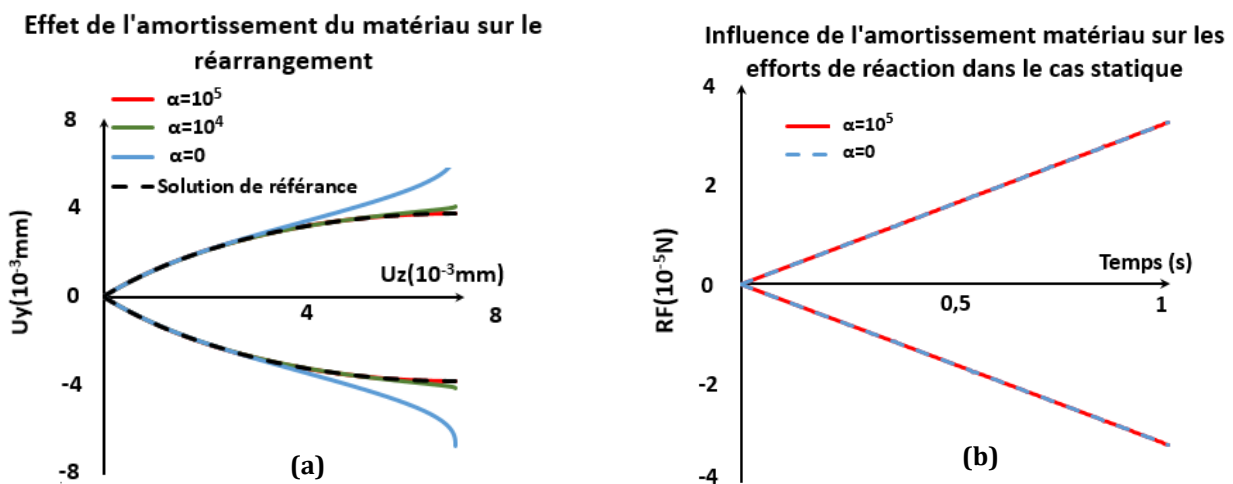


Fig.10. Influence de l'amortissement du matériau (a) sur le déplacement des poutres pour le cas test 4 (b) sur les efforts de contact en statique

$\alpha$	0	$10^4$	$10^5$
CPU time	27s	30s	34s

Tab.1. Influence de l'amortissement du matériau sur le temps de calcul



Un facteur  $\alpha = 10^5$  permet de retrouver les déplacements de la solution de référence. Ce facteur augmente légèrement le temps de calcul (Tab.1), et n'a aucune influence sur les efforts de contact en statique (Fig10.b). En effet, en statique, le terme  $[D] \dot{\mathbf{u}}$  dans l'équation d'équilibre est très faible, donc les efforts d'amortissement au niveau des points d'intégration sont négligeables devant les efforts de contact.

## 7. Conclusion

Cette phase préliminaire a permis de définir une stratégie de simulation, utilisable par la suite dans des cas plus complexes. Les grandes lignes de la stratégie de simulation obtenue sont :

- La famille des éléments finis : éléments linéaire 3D de poutres (B31)
- La plateforme de la simulation : dynamique explicite
- La loi de contact : une loi de puissance basée sur la loi analytique d'Hertz
- Les paramètres du calcul explicite : Un amortissement de matériaux  $\alpha = 10^5$  pour une vitesse de 1000mm/mn

La stratégie ci-dessus sera encore validée via des essais expérimentaux de compaction de fibres.

## 8. Les références

- [1] C.M. Pereira, A. L. Ramalho, J. A. Ambrósio, Nonlinear Dyn, 2011.