

Vers la caractérisation du mélange en sortie d'un injecteur coaxial cryotechnique: Influence de la loi de comportement

C. BENSALÉM ^{a,b}, D. KARMED ^c, A. BENAROUS ^{b*}

^a. Laboratoire L.C.E.M.S.M, Université Hassiba Benbouali de Chlef, Algérie

^b. Département de Mécanique, Faculté de Technologie, UHB Chlef, Algérie

^c. Département Fluides, Thermique et Combustion, ISAE-ENSMA, Futuroscope, France

* a.benarous@univhb-chlef.dz

Résumé :

Dans le but d'analyser l'influence de la formulation de l'équation d'état (EOS) pour la masse volumique des réactifs purs sur la dynamique du mélange oxydant/fuel, une simulation numérique est conduite pour un cas non réactif, utilisant une injection haute pression, basse température du couple GO_2/GH_2 . Par conservation du rapport de mélange par rapport à une configuration diphasique subcritique, des calculs volumes finis sont entrepris en formulation Eulérienne, sous un régime turbulent. Les résultats relatifs à la dynamique de l'écoulement dans la couche de mélange et à la localisation spatiale de la fraction de mélange, sont présentés et discutés par rapport à une loi de comportement, de type gaz parfait.

Abstract :

In the aim of analyzing pure species equation of state (EOS) formulation on mixing layer dynamics, a numerical simulation is performed for a non reactive case. Emphasis is made on a high pressure – low temperature injection of GO_2/GH_2 reactants. Finite volume calculations are carried out using an Eulerian formulation for a turbulent mixing, according to a prescribed mixture ratio of a two-phase subcritical injection. Numerical results regarding flow dynamics as well as spatial distribution of the mixture fraction are presented and discussed against an ideal gas law.

Mots clefs : Equation d'état ; Gaz réel ; Mélange oxydant/fuel ; Injecteur coaxial ; Formulation Eulérienne.

1 Introduction

L'aérothermodynamique des systèmes propulsifs est un des domaines de la mécanique des fluides où des progrès décisifs restent à réaliser pour améliorer les performances, afin de satisfaire la demande continue de satelliser des charges utiles de plus en plus lourdes [1]. La propulsion chimique utilisant l'énergie thermique dégagée lors de la combustion des ergols solides ou liquides, demeure l'unique

moyen de propulsion permettant de répondre aux exigences des fortes demandes en poussée. Plus spécifiquement, les combinaisons cryogéniques pour les ergols liquides se sont avérées intéressantes, quant à contrôlabilité de la poussée et à l'atténuation des instabilités de combustion. Les régimes d'injection les plus utilisés, s'orientent principalement vers les hautes pressions, basses températures avec une tendance, vers et au-delà, du point critique de la phase liquide [2]. En conséquence, les chambres de combustion cryotechniques sont le siège de phénomènes complexes et couplés, notamment le mélange turbulent diphasique et la compressibilité de l'écoulement [3]. Il a été remarqué expérimentalement et vérifié numériquement, que la complexité apparaît au voisinage de l'injecteur, en raison du cisaillement dans la couche de mélange et la recirculation due à l'accrochage aux lèvres [4,5]. En l'occurrence, la masse volumique doit être rigoureusement modélisée via une loi de comportement, fidèle à la thermodynamique des substances pures et au mélange avant combustion et ce, dans le but de mieux pondérer (moyenne de Favre) les variables aérothermochimiques dans les cas réactifs turbulents [6].

Plusieurs équations d'états (EOS) cubiques ont été dérivées pour les espèces pures; les plus utilisées étant celles de Soave-Redlich et Kwong [7] et Peng-Robinson [8], qui trouvent leur principale application dans les équilibres liquide-vapeur. Ces EOS ont une précision qui peut atteindre 1% à 2% dans l'estimation des propriétés volumétrique en phase gazeuse, excepté au voisinage du point critique. Une équation d'état plus récente, celle d'Aungier-Redlich-Kwong [9] paraît atténuer l'imprécision notée sur les autres EOS, au voisinage du point critique. Des lois de mélange – de type Van der Waals- appropriées aux équations d'états cubiques avec une combinaison des constantes pour les espèces pures sont disponibles [10], mais peuvent aussi s'exprimer simplement par des pondérations en fonction des fractions massiques des réactifs dans l'écoulement [11].

Benarous *et al.* [12] ont utilisé une approche monophasique, multi-espèces pour décrire une flamme cryotechnique de diffusion. Les masses volumiques des espèces ont été interpolées à partir des courbes du NIST, alors que celle du mélange a utilisé une loi de type Van der Waals. Poschner *et al.* [13] ont fait usage d'une équation d'état de type PR pour caractériser le mélange et la flamme cryotechnique, sous des conditions thermodynamiques supercritiques. La structure de la flamme H₂/O₂ sous 60 bars de pression n'a pas pu être reproduite numériquement lors de l'utilisation d'une équation de type gaz parfait. Une loi de type SRK pour la masse volumique a été utilisée avec une chimie tabulée, pour décrire les interactions chimie-turbulence, la cinétique chimique détaillée et le comportement thermodynamique non-idéal liés à la combustion supercritique. Dans les travaux de Kim *et al.* [14], les auteurs ont noté l'importance de considérer les effets de gaz réel dans la zone adjacente à la sortie d'injecteur d'oxygène. Plus récemment, un travail a été conduit en 3D par Benmansour *et al.* [15] pour reproduire la structure de la flamme dans le banc Mascotte (point A60). Par utilisation d'une pondération par les fractions massiques des espèces (VWML) pour la masse volumique du mélange, les auteurs ont pu retrouver la longueur mesurée pour la flamme visible et localiser la relaxation thermique après combustion. L'interpolation des masses volumiques des réactifs purs, à partir des courbes du NIST, n'a pas amélioré la capture de la basse température mesurée radialement, de part et d'autre des lèvres de l'injecteur d'oxygène.

Le présent travail est une tentative numérique vers l'analyse de l'influence du type d'équation d'état adoptée pour les espèces pures sur la dynamique de l'écoulement et la qualité du mélange, dans le voisinage d'un injecteur coaxial. Trois formulations (PR, SRK, ARK) pour la loi de comportement sont utilisées afin de caractériser le mélange binaire, pour lequel les équations gouvernantes sont écrites dans un formalisme Eulérien. Une géométrie assimilable à celle du banc Mascotte sera considérée, avec un couple de réactifs gazeux GO₂/GH₂. Les calculs numériques sont entrepris en formulations volumes finis, par utilisation du solveur commercial Ansys-Fluent®.

2 Le modèle thermodynamique

Pour les espèces pures, les équations d'état (EOS) cubiques de type gaz réel, permettent de lier la pression statique, la température statique au volume molaire, via une relation algébrique. L'utilisation de la masse molaire moyenne de l'espèce, permet de récrire l'équation en termes de masse volumique, plutôt que de volume molaire. Les trois EOS utilisées sont décrite brièvement ci-dessous.

Soave-Redlich et Kwong [7] apportent une modification à l'équation de base développée par Redlich et Kwong en 1949, au niveau du paramètre $a(T)$ comme :

$$P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a(T)}{v^2 + vb} \quad (1)$$

$$a(T) = a_0 \alpha ; \quad \alpha = (1 + \gamma(1 - \sqrt{T/T_c}))^2 ; \quad \gamma = 0,480 + 1,574\omega - 0,176\omega^2$$

$$a_0 = 0,42747 R^2 T_c^2 / P_c ; \quad b = 0,08664 RT_c / P_c$$

Peng-Robinson [8] est très similaire à SRK, la modification apportée concerne le terme d'attraction, qui s'écrit comme :

$$P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a(T)}{v^2 + 2vb - b^2} \quad (2)$$

$$a(T) = a_0 \alpha ; \quad \alpha = (1 + \gamma(1 - \sqrt{T/T_c}))^2 ; \quad \gamma = 0,37464 + 1,54226\omega - 0,26992\omega^2$$

$$a_0 = 0,45724 R^2 T_c^2 / P_c ; \quad b = 0,07780 RT_c / P_c$$

Aungier-Redlich et Kwong [9] apportent une modification, en ajoutant un paramètre c et un exposant n à la température réduite, qui serait fonction du facteur acentrique de l'espèce pure :

$$P = \frac{RT}{v-b+c} - \frac{a(T)}{v^2 + vb} \quad (3)$$

$$a(T) = a_0 (T/T_c)^{-n} ; \quad n = 0,4986 + 1,1735\omega + 0,4754\omega^2$$

$$a_0 = 0,42747 R^2 T_c^2 / P_c ; \quad b = 0,08664 RT_c / P_c ; \quad c = \frac{RT_c}{P_c + a_0 / (V_c^2 + V_c b)} + b - V_c$$

où v , P_c , T_c , V_c , w correspondent respectivement, au volume molaire, à la pression critique, à la température critique, au volume critique et au facteur acentrique. γ et n sont des fonctions du facteur acentrique, $a(T)$ et b des paramètres qui tiennent compte respectivement, des forces d'attraction et du volume propre des molécules.

Pour un mélange constitué de n espèces, les paramètres a_0 et b figurant dans les formulations des EOS peuvent être calculés par des règles de mélange quadratique de type Van Der Waals [10]. Dans le présent travail, on propose de faire usage de la pondération VWML, utilisant les fractions massiques locales, pour l'estimation de la masse volumique du mélange comme [11]:

$$\frac{1}{\rho_m(P, T)} = \sum_i \frac{Y_i(x, r)}{\rho_i(P, T)} ; \quad i = 1, 2 \quad (4)$$

où Y_i est la fraction massique de l'espèce pure.

3 Modélisation du mélange turbulent

Le modèle $k - \varepsilon$ à deux équations de transport est utilisé pour décrire le transport de la turbulence [16]. Sachant qu'il a été développé initialement pour des jets plans, une expression 'dite de Pope' est ajoutée à l'équation de transport du taux de dissipation ε pour prendre en compte les effets du jet rond en sortie de l'injecteur coaxial. Le taux de production de l'énergie cinétique est ainsi corrigé par un terme invariant χ , qui s'exprime en fonction des composantes des tenseurs \mathbf{S} et \mathbf{W} comme [17] :

$$\chi = \omega_{ij}\omega_{jl}S_{li} \quad \text{avec} \quad \omega_{ij} = \frac{1}{2} \frac{k}{\varepsilon} \left[\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right] \quad \text{et} \quad S_{li} = \frac{1}{2} \frac{k}{\varepsilon} \left[\frac{\partial \tilde{u}_l}{\partial x_i} + \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_l} \right] \quad (6)$$

La correction du terme du taux de production de l'énergie cinétique dans l'équation de transport ε permet de prendre en considération l'effet de l'étirement tourbillonnaire sur la viscosité du jet et par conséquent, sur son taux d'épanouissement. Ainsi, un jet rond modélisé comme axisymétrique, s'épanouit moins rapidement qu'un jet plan.

Afin de caractériser le mélange, on utilise la relation qui définit la fraction de mélange z , comme un scalaire passif [18]:

$$z = \frac{sY_{H_2} - Y_{O_2} + Y_{O_2}^0}{sY_{H_2}^0 + Y_{O_2}^0} \quad (7)$$

où $s, Y_{O_2}, Y_{H_2}, Y_{O_2}^0, Y_{H_2}^0$ correspondent respectivement au rapport stœchiométrique massique (pour une combustion complète, $s = 8$), à la fraction massique de l'oxygène, à la fraction massique de l'hydrogène, à la fraction massique d'oxygène dans le jet d'oxygène (1 dans notre cas) et à la fraction massique d'hydrogène dans le jet d'hydrogène (1 dans notre cas). Au niveau de la couche de mélange, les réactifs sont complètement consommés et la flamme de diffusion se stabilise spatialement lorsque la fraction de mélange atteint sa valeur stœchiométrique $z_{st} = 1/9$.

4 Domaine de calcul et conditions de fonctionnement

La géométrie utilisée pour la simulation est assimilable à celle du banc d'essai Mascotte V01.

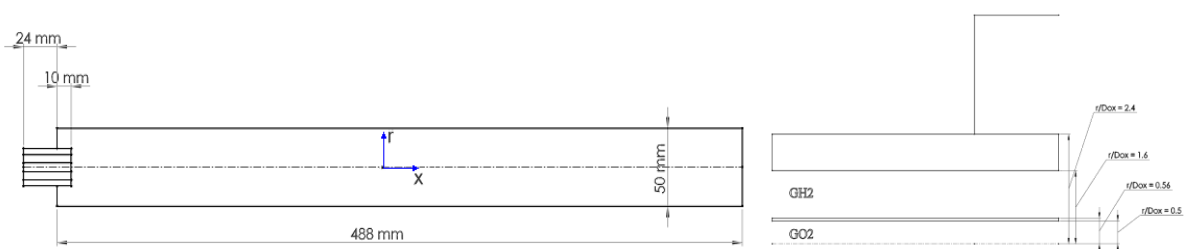


Fig. 1.a – Géométrie du domaine de calcul Fig. 1.b – Dimensions de l'injecteur coaxial

L'injecteur ($D_{ox} = 5 \text{ mm}$; $L_{inj} = 34 \text{ mm}$) est partiellement introduit dans la chambre de combustion, pour laquelle un établissement de l'écoulement a bien été vérifié, en sa sortie (Fig.1). Le niveau de turbulence à l'injection a été pris identique à celui adopté au workshop IWRCM en 2003 [19]. Les conditions d'injection sont décrites dans le tableau ci-dessous.

Tab. 1 – Conditions opératoires

	Vitesse d'injection (m/s)	Température statique (K)	Intensité de turbulence
GH ₂	628.00	289	10 %
GO ₂	563.42	85	05 %

Les conditions ci-dessus, assurent un rapport de mélange $\dot{m}_{GO_2}/\dot{m}_{GH_2} = 5$, ainsi qu'un haut rapport de quantité de mouvement $J = \rho_{O_2}U_{O_2}^2 / \rho_{H_2}U_{H_2}^2 \approx 45.0$.

5 Résultats et discussions

Le point expérimental est une injection haute pression utilisant de l'oxygène liquide. Dans ce travail, une approche gaz est utilisée pour l'oxygène, avec un ajustement de la vitesse d'injection afin de garder le même rapport, pour le mélange et la quantité de mouvement. Le domaine de calcul est couvert par une grille structurée, utilisant 457852 cellules quadrilatérales (Fig 2.a). Un premier raffinement dans le sens axial est opéré jusqu'à une distance $3.L_{inj}$ [12] en aval de la sortie d'injecteur, suivi d'un raffinement au niveau de la couche de mélange (zone entre les lèvres), comme le montre la Figure 2.b.

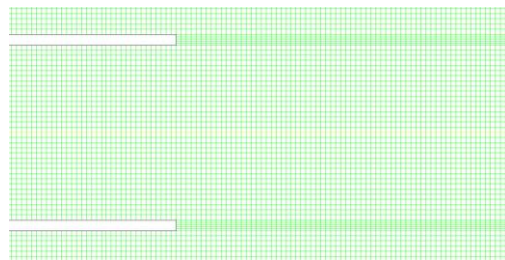
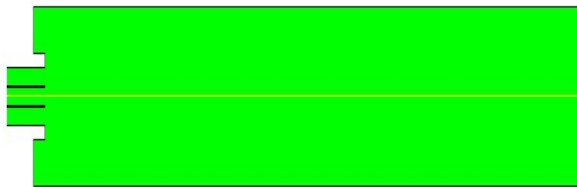


Fig 2.a – Maillage du domaine de calcul

Fig 2.b – Raffinement dans la couche de mélange

Pour le cas d'une loi de comportement de type gaz parfait, les contours obtenus pour les vitesses axiales et radiales, sont présentés sur la figure 3.

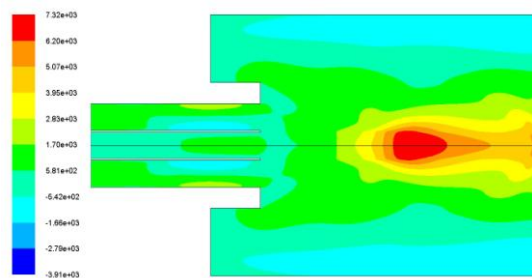


Fig 3.a – Contour spatial de la vitesse axiale

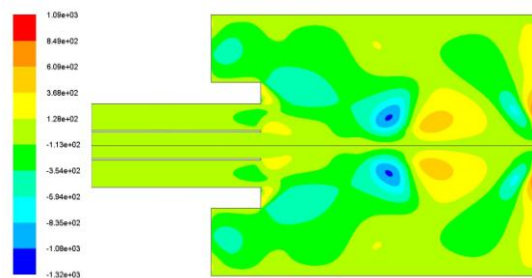


Fig 3.b – Contour spatial de la vitesse radiale

Il est remarqué que la vitesse axiale sur l'axe (Fig.3.a) commence par diminuer en sortie de l'injecteur d'oxygène, ce qui est dû à la recirculation et au fort cisaillement attaché aux lèvres. La vitesse continue à augmenter jusqu'à une station axiale proche de $1,9L_{inj}$ où elle atteint son maximum, en raison de la faible masse volumique et de la diffusion de l'hydrogène dans le cœur potentiel du jet d'oxygène. Au niveau de cette station axiale, il est remarqué que l'écoulement a tendance à converger vers l'axe central, du fait de la forte intensité de la vitesse radiale localement négative (Fig.3.b). Aussi, aux extrémités des lèvres d'injection, la tendance vers l'épanouissement (vitesse radiale positive) du jet d'oxygène est rapidement inhibée par l'écoulement d'hydrogène, qui paraît envelopper le jet central.

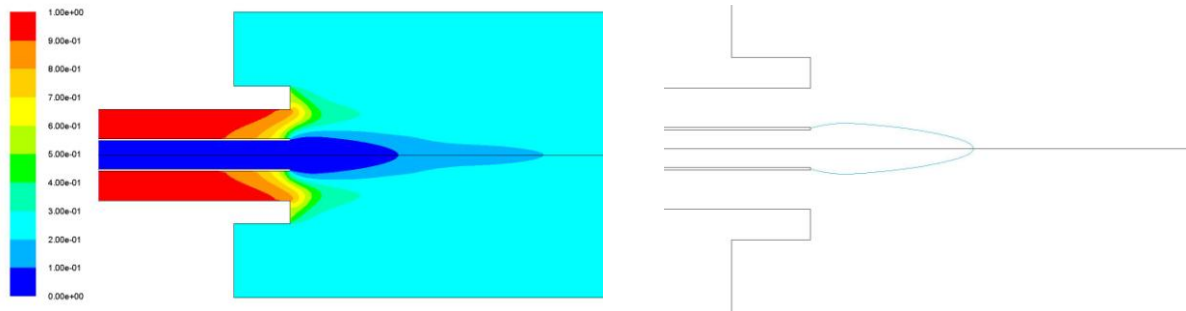


Figure 4.a – Contour spatial de la fraction de mélange Figure 4.b – Localisation spatiale de $z_{st}=1/9$

Les zones de recirculation notées dans le voisinage axial de la sortie de l'injecteur, contribuent à provoquer une partielle pénétration de l'oxygène dans le canal d'hydrogène, ce qui a pour effet de diminuer la fraction de mélange moyenne par rapport à la valeur $z=1$ (Fig 4.a). Le mélange ($I > z > 0$) reste localisé sur une zone 'enveloppe' au jet central d'oxygène. La flamme présumée ($z=z_{st}$) paraît bien attachée aux lèvres de l'injecteur (Fig 4.b), révélant une longueur visible $L_f \approx 0,60L_{inj}$.

A titre comparatif, la distribution de la vitesse axiale pour une station radiale correspondant au rayon extérieur de la lèvre d'oxygène ($r/D_{ox} = 0,6$), est présentée pour différentes équations d'état (Fig.5).

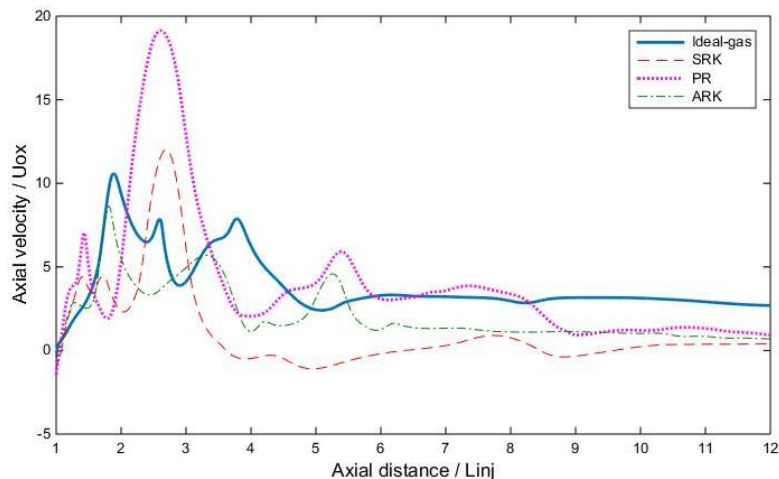
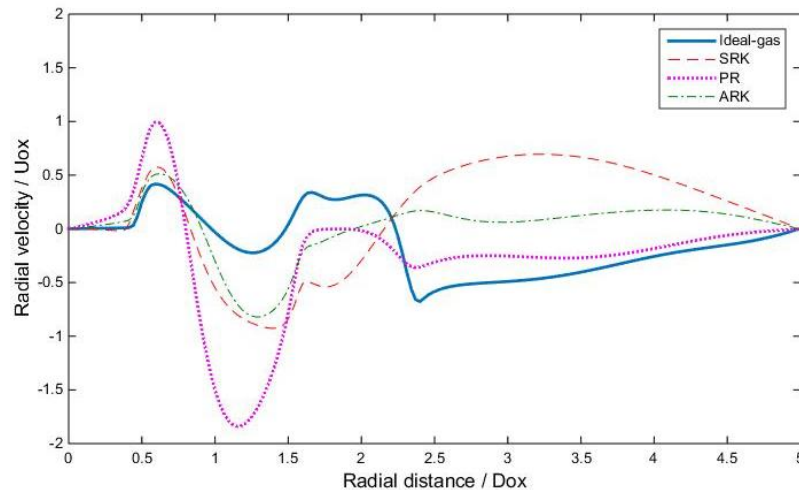


Figure 5 – Profils pour la moyenne de la vitesse axiale ($r/D_{ox} = 0,6$)

Il est important de remarquer qu'au voisinage de la zone d'injection ($x/L_{inj} < 9$), l'écoulement est encore perturbé par le cisaillement existant entre les deux courants (H_2 et O_2) des réactifs. Une certaine relaxation dynamique est notée pour le cas parfait pour $x/L_{inj} > 5$, en raison de la faible pénétration du jet d'hydrogène (haute vitesse, grand niveau de turbulence) dans la couche de mélange. Quant à la recirculation, la station axiale correspondant à la sortie d'injecteur ($x/L_{inj} = 1$) révèle l'existence d'une recirculation modérée de l'écoulement lors de l'utilisation des lois d'état de type gaz réel. Une tendance quasi-asymptotique pour la vitesse axiale est visible (Fig.5) à partir de la station $x/L_{inj} = 10$, révélant entre autre, une importante vitesse limite ($U_x / U_{ox} \sim 3,2$) pour le cas gaz parfait, que pour le cas des gaz réels.

La figure ci-dessous (Fig.6) dresse les profils de la vitesse radiale, en voisinage de la sortie de l'injecteur coaxial ($x/L_{inj} = 1,02$). Il est remarqué qu'une tendance vers l'épanouissement commence à partir de la station $r/D_{ox} = 1/2$, quelle que soit la loi de comportement (y compris celle du gaz parfait) adoptée pour la masse volumique.

Figure 6 – Profils pour la moyenne de la vitesse radiale ($x/L_{inj} = 1,02$)

Cet épanouissement commence à s'atténuer au fur et à mesure qu'on s'approche radialement du rayon extérieur de l'injecteur d'oxygène. La tendance s'inverse, puisque la recirculation crée des vitesses radiales négatives, qui s'intensifient lorsque l'aspect gaz réel est adopté pour la masse volumique des réactifs. Comme la loi des gaz parfait reproduit une tendance de l'écoulement à converger vers l'axe central (Fig 3.b), la vitesse radiale dans ce cas, demeure négative sur toute la section de la chambre de combustion.

Quant au mélange des réactifs, la distribution de la fraction de mélange (z) sur l'axe central de la chambre de combustion, reproduit bien le jet d'oxygène pur (oxydant) à l'intérieur du canal de l'injecteur ($x < L_{inj}$) ainsi qu'en la région avale à l'injecteur (Fig.7). On note cependant, que pour une loi de comportement de type gaz parfait, le mélange entre réactifs ne se manifeste pas exactement en sortie d'injecteur, comme c'est le cas pour les autres EOS. Le taux de mélange en aval de la sortie d'injecteur, paraît tendre asymptotiquement vers une valeur limite ($z = 0,15$) qui caractérise bien le cœur potentiel du jet d'oxygène. Ce n'est pas le cas pour une loi de type gaz parfait, où la faible masse volumique adoptée pour l'oxygène, permet une pénétration de l'hydrogène en direction de l'axe central et par conséquence, une augmentation de la fraction de mélange.

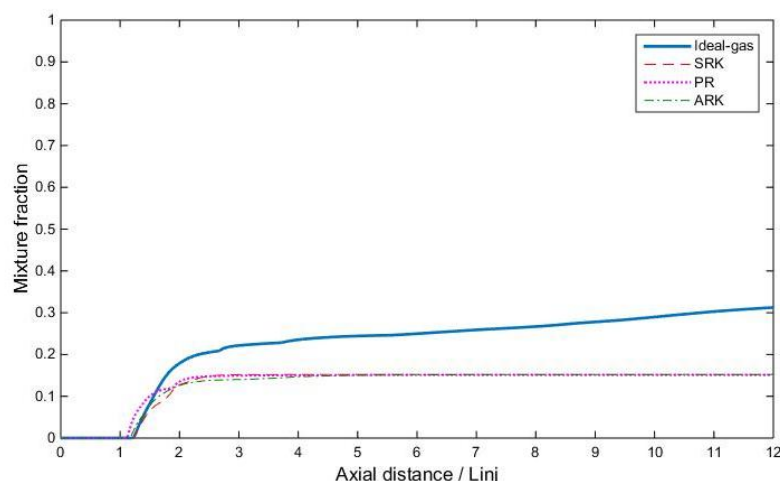


Figure 7 – Distribution de la fraction de mélange moyenne sur l'axe central

En remarquant que les courbes ci-dessus atteignent la valeur stœchiométrique $z_{st} = 0,11$ en des positions axiales qui dépendent de leurs courbures, les longueurs visibles pour la flamme moyenne sont évidemment différentes (Fig.8).

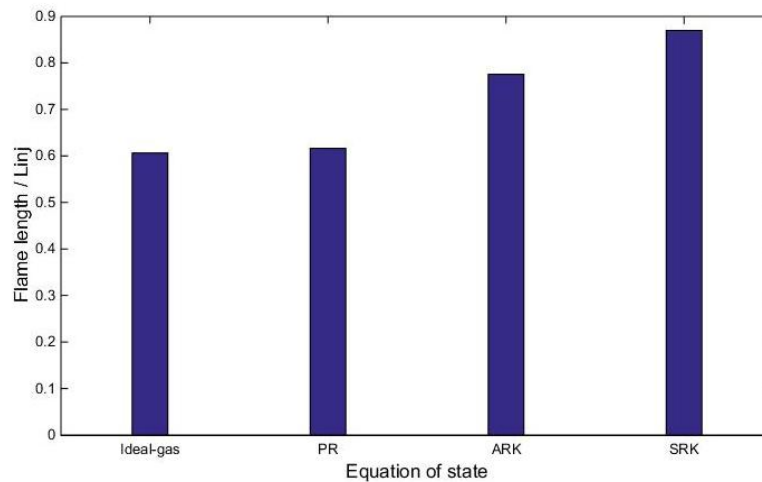


Figure 8 – Estimation de la longueur visible pour la flamme moyenne

Ainsi, les lois de comportement pour les cas du gaz parfait et du gaz réel *PR*, paraissent reproduire des longueurs moyennes assez proches.

La masse volumique du mélange, calculée sur la base d'une pondération de type VWML reproduit bien la densité de l'oxygène pur (pris comme gaz dense) à l'intérieur du canal de l'injecteur (Fig.9).

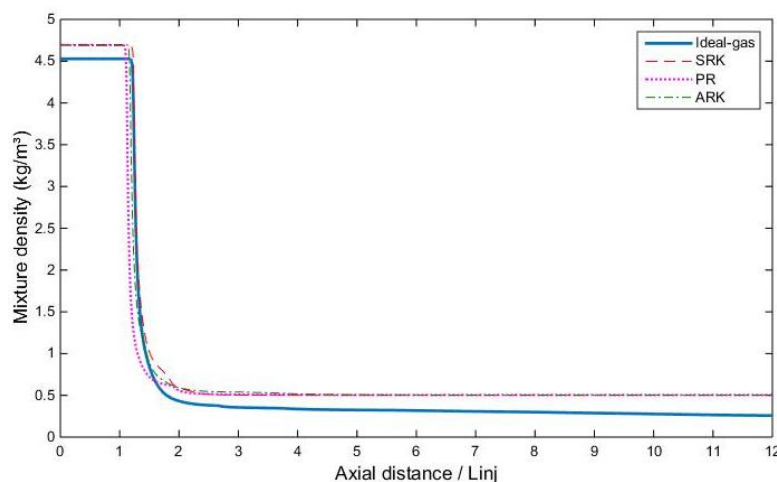


Figure 9 – Masse volumique moyenne du mélange sur l'axe central

Il est remarqué que le mélange préserve relativement une masse volumique identique à celle de l'oxygène pur et ce, même dans l'aval proche de la sortie d'injecteur ($x \sim 1,4L_{inj}$). La diffusion de l'hydrogène par mélange turbulent, provoque une décroissance assez rapide et à forte pente, de la masse volumique du mélange, indépendamment du type de la loi de comportement (Fig.9). Il est important de noter que la loi de comportement de type gaz parfait, sous estime globalement la masse volumique du mélange de 31%, comparée aux différentes EOS.

6 Conclusion

Le présent travail représente une tentative numérique vers l'analyse de l'influence du type de la loi de comportement pour la masse volumique des réactifs, sur la dynamique de l'écoulement et sur le taux de mélange en sortie d'un injecteur coaxial. Pour les mêmes conditions d'injection (rapport de mélange, rapport de quantité de mouvement), les résultats mettent en évidence une grande sensibilité de l'écoulement en termes de vitesse de recirculation et de fraction de mélange, vis-à-vis de la loi

d'état adoptée pour la masse volumique. La couche de mélange située dans le prolongement axial de l'épaisseur de la paroi d'injecteur d'oxygène, observe une grande disparité quant aux composantes radiale et axiale de la vitesse. Une loi d'état de type gaz parfait, prédit une importante sous estimation de la masse volumique du mélange, tout en surestimant le taux de mélange, dans le prolongement axial de l'injecteur.

Nomenclature

a, b, c	Coefficients utilisés dans les équations d'état
D_{ox}	Diamètre de l'injecteur d'oxygène
J	Rapport de quantité de mouvement
k	Energie cinétique de turbulence
L_{inj}	Longueur de l'injecteur
\dot{m}	Débit massique
n	Fonction du facteur acentrique
P	Pression statique
R	Constante des gaz parfaits
r	Cordonnée radiale
S_{ij}	Tenseur
s	Rapport stœchiométrique massique
T	Température statique
U	Vitesse
V	Volume molaire
x	Cordonnée axiale
Y_i	Fraction massique de l'espèce pure i
$Y_{O_2}^0$	Fraction massique de l'oxygène dans le jet d'oxygène
$Y_{H_2}^0$	Fraction massique de l'hydrogène dans le jet d'hydrogène

Symboles grecques

α	Fonction de la température réduite et γ
ε	Taux de dissipation de k
γ	Fonction du facteur acentrique
ρ_i	Masse volumique de l'espèce pure i
\bar{u}	Valeur moyenne de la vitesse
ω	Facteur acentrique
ω_{ij}	Tenseur de rotation
χ	Invariant de Pope
z	Fraction de mélange

Indices

c	Critique
f	Flamme
inj	Injecteur
m	Mélange
ox	Oxygène
st	Stœchiométrique

Acronymes

ARK	Aungier-Redlich et Kwong
EOS	Equation d'état
IWRCM	International Workshop on Rocket Combustion Modeling
PR	Peng-Robinson
SRK	Soave-Redlich - Kwong

Références

- [1] J. Haidn, M. Habiballah, Research on high pressure, cryogenic combustion, *Aerospace Science and Technology*, vol. 7, 2003, pp. 473–491.
- [2] L. Vingert, M. Habiballah, J.C. Traineau, Mascotte, “A research test facility for high pressure combustion of cryogenic propellants”. In AAAF/CEAS, European Aerospace Conference, Paris, France, Nov. 29-Dec. 1, 1999, ONERA, TP, numéro 2000-15, 2000.
- [3] N. Ierardo, A. Congiunti, C. Bruno, Mixing and Combustion in Supercritical O₂/CH₄ Liquid Rocket Injectors, in 42nd AIAA, Aerospace Science Meeting and Exhibit, Nevada, USA, 2004.
- [4] L. Vingert, M. Habiballah, P. Gicquel, E. Brisson, S. Candel, G. Herding, R. Snyder, P. Scoufflaire, C. Rolon, D., Stepowskiet et al., “Optical diagnostics for cryogenic liquid propellants combustion”, In AGARD conference proceedings, Advanced non-intrusive instrumentation for propulsion engines: Propulsion and energetics panel, Symposium No.90, Brussels, Belgium, 1998, pp.44–1.
- [5] J.C. Oefelein. Large Eddy Simulation of Complex Thermophysics in Advanced Propulsion and Power Systems. 8th US National Combustion Meeting, Western States Section of the Combustion Institute, Livermore, USA, 2013.
- [6] M. Poschner, M. Pfitzner, Real gas CFD simulation of supercritical H₂-LOX combustion in the Mascotte single-injector combustor using a commercial CFD code, in 46th AIAA Aerospace Science Meeting and Exhibit, Nevada, USA, 2008.
- [7] G. Soave, Equilibrium constants from a modified Redlich-Kwong equation of state, *Chemical Engineering Science*, Vol. 27, 1972, pp. 1197-1203.
- [8] D.Y. Peng, D.B. Robinson, A new two-constant equation of state, *Ind. Eng. Chem. Fundam.* Vol. 15, 1976, pp. 59-64.
- [9] R.H. Aungier, A Fast, Accurate Real Gas Equation of State for Fluid Dynamic Analysis Applications, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 117, 1995, pp. 277-281.
- [10] R.C. Reid, J. Prausnitz, P.E. Poling, *The Properties of Gases and Liquids*, Mc Graw Hill, London, UK, 1987.
- [11] Ansys-Fluent V16.2, Theory guide, Ansys Inc, USA, 2015.
- [12] A. Benarous, A. Liazid. H₂-O₂ Supercritical combustion modeling using a CFD code, *Thermal Science*, vol. 13, No.3, 2009, pp.139–152.
- [13] M. Poschner, M. Pfitzner. CFD-simulation of the injection and combustion of LOx and H₂ at supercritical pressures. In 48th AIAA, Florida, USA, 2010.
- [14] T. Kim, Y. Kim, S.K. Kim. Real-fluid flamelet modeling for gaseous hydrogen/cryogenic liquid oxygen jet flames at supercritical pressure, *Journal of Supercritical Fluids*, Vol.58, 2011, pp.254-262.
- [15] A. Benmansour, A. Liazid, P.O. Logerais, J.F. Durastanti, A 3D Numerical Study of LO₂/GH₂ Supercritical Combustion in the ONERA Mascotte Test-rig Configuration, *Journal of Thermal Science* Vol.25, No.1, 2016, pp.97-108.
- [16] B. E. Launder, D. B. Spalding. *Lectures in Mathematical Models of Turbulence*. Academic Press, London, UK, 1972.
- [17] S. B. Pope, An explanation of the turbulent round- jet / plane-jet anomaly, *AIAA Journal*, Vol.16, No.3, 1978, pp.279-281.
- [18] R. Borghi, M. Champion, *Modélisation et théorie des flammes*, Editions Technip, Paris, France, 2000.
- [19] J.L. Thomas, S. Zurbach, Test case RCM3: Supercritical spray combustion at 60 bars at Mascotte, *Proceeding du 2^{ème} International Workshop on Rocket Combustion Modelling (IWRCM)*, Lampoldhausen, Germany, 2003.