

Approximation d'intégrales coûteuses par utilisation de métamodèles : Application à la certification en fatigue des structures éoliennes

Q. HUCHET^{a,b}, C. MATTRAND^b, P. BEAUREPAIRE^b, N. RELUN^a, N.
GAYTON^b

a. EDF R&D, Dpt ERMES, 7 Boulevard Gaspard Monge, 91120 Palaiseau, France
quentin.huchet@edf.fr - nicolas.relun@edf.fr

b. Université Clermont Auvergne, CNRS, SIGMA Clermont, Institut Pascal,
F-63000 Clermont-Ferrand, France
cecile.mattrand@sigma-clermont.fr - pierre.beaurepaire@sigma-clermont.fr
nicolas.gayton@sigma-clermont.fr

Résumé :

L'étude ici présentée propose une méthode de réduction du nombre de simulations à réaliser lors du dimensionnement et de la certification en fatigue des structures éoliennes offshore. Une méthode itérative par métamodèle de krigeage permet d'approcher l'endommagement des structures étudiées avec un nombre de simulations réduit par rapport à l'approche normative. Ce travail est une étude préliminaire à l'analyse des aléas de chargement (solicitations en vent ou en vagues) et de leur propagation dans le processus de dimensionnement et certification actuellement utilisé.

Mots clefs : Krigeage, Algorithme adaptatif, Dimensionnement Structures Eoliennes

1 Introduction

La certification des structures est une étape indispensable au développement des nouveaux projets de production électrique éoliens. Dans le domaine mécanique, la norme IEC 61-400 ([1] et [2]) reprend l'ensemble des exigences de tenue que les structures doivent satisfaire sur leur durée de vie (en général 20 ans). En complément, les organismes certificateurs proposent une procédure de dimensionnement [4] (ou "guideline") permettant à l'ingénieur d'assurer la qualification au regard d'un ensemble de critères (tenue minimale, conception spécifique, etc.). Ainsi, les sollicitations sont définies via plusieurs paramètres (direction du vent, hauteur de la mer, etc.), discrétisés sur un domaine de variation donné. La réaction structurelle est alors simulée pour un ensemble de n_c combinaisons de paramètres environnementaux. Pour chaque point i étudié de la structure, un endommagement horaire moyen sur la durée de vie, D_{1h}^i , est calculé comme suit :

$$D_{1h}^i = \int_{\mathcal{D}_x} d_{1h}(\mathbf{x})p(\mathbf{x})d\mathbf{x} \underset{\text{norme}}{=} \sum_{k=1}^{n_c} d(\mathbf{x}_k)p(\mathbf{x}_k)\Delta_k \quad (1)$$

Avec \mathbf{x} , le vecteur des paramètres environnementaux sur un espace \mathcal{D}_x , d_{1h} , l'endommagement p , la probabilité d'occurrence de la sollicitation de paramètre \mathbf{x} et Δ le pas de discrétisation. Plusieurs milliers de combinaisons de paramètres environnementaux sont à prendre en compte pour chacune des phases de vie de l'unité. De plus, le comportement fortement non-linéaire de ces simulations implique un temps de traitement important. Cela a pour conséquence un investissement important des industriels pour calculer le produit $d_{1h} \cdot p$ pour l'ensemble des combinaisons proposées.

Afin de préparer une étude de propagation des incertitudes liées à l'aléa des sollicitations (génération aléatoire de vent et d'état de mer), ce papier présente une méthode de réduction du nombre de simulations pour l'obtention d'une approximation de la quantité D_{1h}^i . Inspiré de méthodes déjà utilisées dans l'industrie (algorithme *EGO* [6] pour l'optimisation, numérique méthodes *AK - Active Kriging* [5] et cadre *SUR* [3] pour la fiabilité), un algorithme basé sur une prédiction \hat{D}_{1h}^i de D_{1h}^i par krigeage à plan d'expériences adaptatif est ici proposé. Au delà du principe de la méthode, deux points sont illustrés : sa stabilité (au sens de sa répétabilité) et sa précision d'approximation sur le résultat.

2 Estimation de l'endommagement d'une structure par utilisation d'un métamodèle de krigeage

Introduit dans les années 1950 par Krige [7] puis formalisé par Matheron [8], la méthode d'estimation par krigeage s'est peu à peu développée dans l'environnement industriel. Cette partie présente les principes généraux de la méthode et son adaptation pour le calcul de l'endommagement d'une structure.

2.1 La base du krigeage

L'approximation par krigeage, encore connue sous le terme de métamodèle de krigeage, consiste à approcher la réponse globale d'un modèle numérique \mathcal{M} , supposé coûteux, à partir d'un nombre réduit n_s d'appels. Soit $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_{n_{inp}}]$, le vecteur d'entrée de dimension n_{inp} de ce modèle, défini sur le domaine \mathcal{D}_x . Soit y , sa réponse, supposée scalaire, et définie sur le domaine \mathcal{D}_y . La méthode numérique de prédiction par krigeage permet de construire une réponse approximative pour un sous ensemble de points non simulés à partir de n_s appels au modèle coûteux. La prédiction, notée dans la suite \hat{y} , pour une réalisation \mathbf{x} , est construite comme une combinaison linéaire des réponses simulées $Y_s = [y_1, \dots, y_{n_s}]$:

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n_s} \lambda_i(\mathbf{x})y_i \quad (2)$$

Avec $\lambda(\mathbf{x}) = [\lambda_1(\mathbf{x}), \dots, \lambda_{n_s}(\mathbf{x})]$, le vecteur des poids de participation de chaque élément de Y_s dans l'approximation, pour une entrée \mathbf{x} donnée. La méthode de krigeage utilise une modélisation de la réponse vraie y par processus gaussien, afin de proposer une formulation des poids λ menant à une prédiction linéaire non-biaisée (Cadre du "BLUP", ou "*Best Linear Unbiased Predictor*"). y est alors formulée comme suit :

$$y(\mathbf{x}) = y_\omega(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^p \beta_i f_i(\mathbf{x}) + Z_\omega(\mathbf{x}) \quad (3)$$

Avec f et β référant respectivement aux vecteurs de la base de régression choisie (de taille $p \leq n_s$) et à leurs poids respectifs. Z_ω représente ici un processus aléatoire Gaussien stationnaire indexé sur \mathbf{x} de moyenne nulle et de covariance $COV(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \sigma R(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \Theta)$ avec i et $j \in [1, \dots, n_c]$. Θ est le vecteur des hyper-paramètres d'adaptation du modèle de corrélation aux données du modèle \mathcal{M} disponibles. En considérant ces hypothèses, il vient une estimation du vecteur de poids λ^* au point \mathbf{x} (Eq. (2)) comme suit :

$$\lambda^* = R^{-1}(r - F(F^T R^{-1} F)^{-1} u) \quad (4)$$

Avec F , la matrice regroupant les vecteurs de la base de régression estimés pour chacun des n_s points d'apprentissage, $u = (F^T R^{-1} r - f)$ et r la corrélation évaluée entre le point \mathbf{x} et l'ensemble des points d'apprentissage. Une formulation matricielle de la moyenne de la prédiction au point $\mathbf{x} \in \mathcal{D}_\mathbf{x}$ est alors déductible sous la forme :

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = f_0^T \hat{\beta} + r^T R^{-1} (Y_s - F \hat{\beta}) \quad (5)$$

Avec $\hat{\beta} = (F^T R^{-1} F)^{-1} F^T R^{-1} Y_s$, étant la meilleure estimation du paramètre β (solution du problème des moindres carrés généralisé sur le terme déterministe de l'Eq. (3)). En tant que prédiction par processus gaussien, une variance sur l'erreur statistique de prédiction est disponible. Connue sous le nom de *variance de krigeage*, elle est calculée par la relation :

$$\sigma_\epsilon^2(\mathbf{x}) = \sigma^2 [1 - r^T R^{-1} r + u^T (F^T R^{-1} F)^{-1} u] \quad (6)$$

Ainsi, sous certaines hypothèses de construction, une formulation de la prédiction est disponible pour approcher la réponse d'un modèle à partir d'un ensemble réduit d'appels à ce dernier. Cette prédiction est accompagnée d'une information sur la potentielle erreur statistique commise, via la variance de krigeage.

2.2 Application au calcul de dommage

Le dommage, probabilisé sous la forme du produit $p.d_{1h}$, utilisé dans le calcul de l'endommagement d'une structure pour la certification (Eq. (1)), est à calculer pour un ensemble de paramètres d'entrée. La probabilité d'occurrence d'une combinaison de ces paramètres, contenue dans la quantité p , est estimée via les données de terrain (bouées, mâts météo, etc.). L'inconnue de l'étude est la quantité d'endommagement d_{1h} , responsable du coût de calcul important. Cette présentation s'intéresse à la possibilité d'approcher la quantité d_{1h} à moindre coût de simulation. Pour ce faire, la prédiction par krigeage est utilisée.

Comme vu plus haut, il est possible d'approcher la quantité d_{1h} par une prédiction \hat{d}_{1h} sur un ensemble des points non simulés. Quelque soit $\mathbf{x} \in \mathcal{D}_\mathbf{x}$, il est alors possible d'écrire :

$$d_{1h}(\mathbf{x}) \sim \mathcal{N}(\hat{d}_{1h}(\mathbf{x}), \sigma_{d_{1h}}^2(\mathbf{x})) \quad (7)$$

En tant que combinaison linéaire de lois gaussiennes, l'endommagement horaire moyen sur une heure D_{1h} suit aussi une loi gaussienne de paramètres \hat{D}_{1h} et $\sigma_{D_{1h}}^2$ donnés par :

$$\hat{D}_{1h} = \sum_{i=1}^{n_c} \hat{d}_{1h}(\mathbf{x}_i) p(\mathbf{x}_i) \Delta_i \quad \sigma_{D_{1h}}^2 = \sum_{i=1}^{n_c} \sum_{j=1}^{n_c} p(\mathbf{x}_i) p(\mathbf{x}_j) COV(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \Delta_i \Delta_j \quad (8)$$

2.3 Méthode adaptative d'estimation du dommage

La méthode proposée pour évaluer \hat{D}_{1h} s'appuie sur une stratégie adaptative d'approximation de la quantité $p.d_{1h}$ par prédiction de krigeage. Un métamodèle de krigeage \hat{d}_{1h} est construit à partir de n_s réponses simulées.

A partir d'un plan d'expérience initial restreint, un premier métamodèle est construit puis le plan d'expérience est progressivement enrichi et le métamodèle itérativement reconstruit pour approcher "au mieux" la vraie réponse d_{1h} . A chaque itération, l'algorithme sélectionne le point non simulé présentant l'apport d'information potentiellement le plus important via une *fonction d'apprentissage*. Celle-ci sélectionne le point \mathbf{x}^* qui contribue le plus à la variance de \hat{D}_{1h} . Soient \mathcal{D}_x^S , le sous-domaine de \mathcal{D}_x regroupant l'ensemble des \mathbf{x} dont l'endommagement a été simulé et $\mathcal{D}_x^{\bar{S}}$, les entrées dont l'endommagement est prédit (non simulé). En reprenant l'Eq. (8), l'apprentissage est réalisé via la résolution du problème d'optimisation suivant :

$$\mathbf{x}^* = \underset{\mathbf{x} \in \mathcal{D}_x^{\bar{S}}}{\operatorname{argmax}} p(\mathbf{x}) \sum_{j=1}^{n_c} p(\mathbf{x}_j) COV(\mathbf{x}, \mathbf{x}_j) \Delta^2 \quad (9)$$

Avec un critère d'arrêt basé sur le coefficient de variation de l'approximation de la quantité D_{1h} à l'itération i :

$$\delta_{\hat{D}_{1h}}^i = \frac{\sigma_{D_{1h}}^i}{\hat{D}_{1h}^i} \quad (10)$$

3 Illustration sur un calcul de durée de vie d'une structure éolienne

La méthode proposée est mise en place sur un cas simplifié de calcul en fatigue proposé dans la norme. Cette étude regroupe l'ensemble des sollicitations que la structure doit pouvoir supporter en production normale. Deux paramètres sont considérés variables : la vitesse moyenne du vent à hauteur de moyeu U et le désalignement vent/vague θ . La figure 1 illustre cette disposition.

La discrétisation des valeurs des paramètres environnementaux, proposée par la norme, entraîne à l'étude de 276 combinaisons de chargement distinctes (12 désalignements variant de -180 à 150 degrés, 23 vitesses de vent variant de 3 à 24 m/s). Le dommage d_{1h} de référence, calculé pour chacune de ces n_c combinaisons est présenté en Figure 2(a). La densité de probabilité conjointe associée est construite comme proposé par le NREL [9] et présentée en Figure 2(b).

Le plan d'expérience initial comporte 10 couples sollicitations-réponses du modèle physique, les valeurs des sollicitations étant tirées par LHS sur une distribution uniforme. Le critère d'arrêt est fixé à un coefficient de variation $\delta_{\hat{D}_{1h}}$ de 10 %. La suite propose une illustration de la convergence de la méthode pour un plan d'expérience donné puis sa stabilité et sa précision sont analysées en faisant varier le plan initial. La procédure mise en place est alors répétée 100 fois.

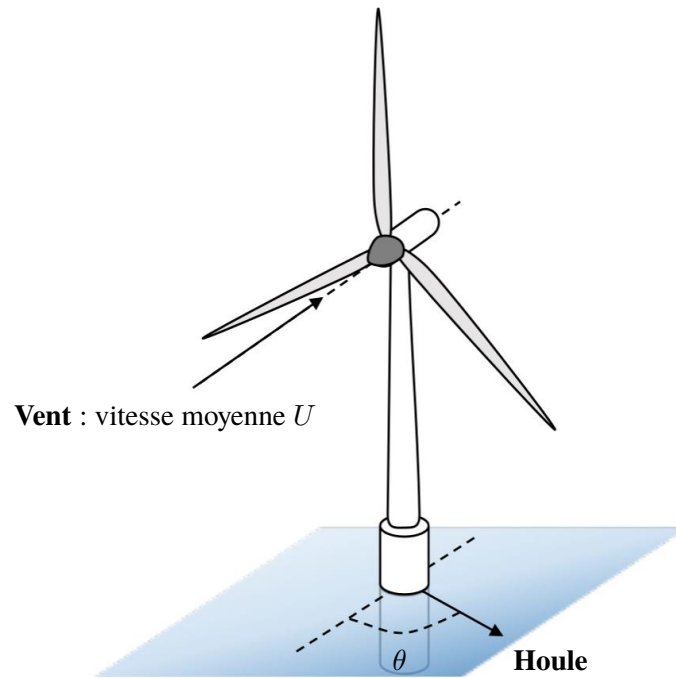


FIGURE 1 – Schéma explicatif des paramètres utilisés pour l'application (NREL 5MW OC3-monopile)

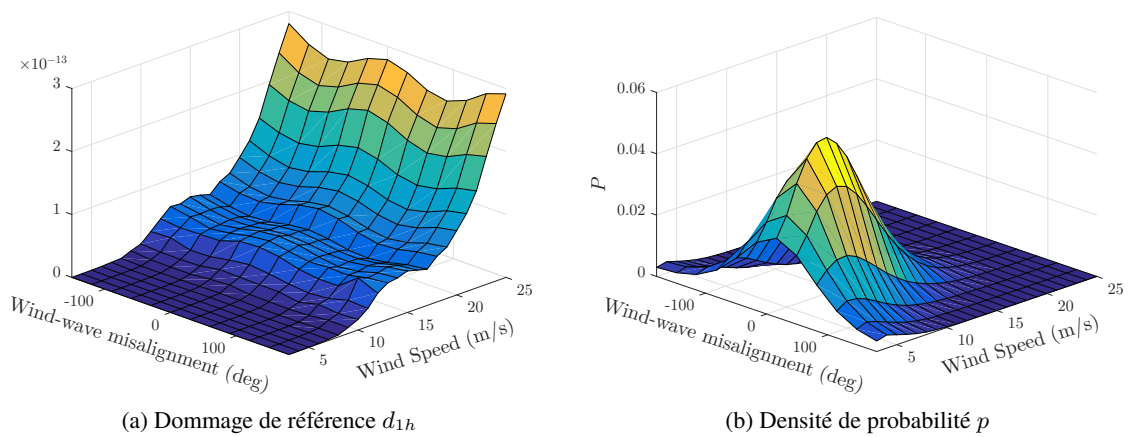


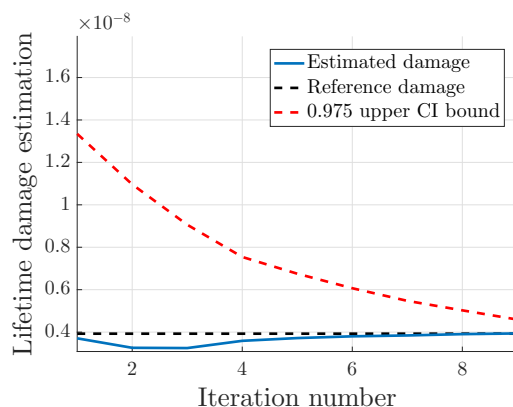
FIGURE 2 – Dommage de référence d_{1h} calculé pour les $n_c = 276$ combinaisons de paramètres environnementaux et Densité de probabilité conjointe

3.1 Convergence de la méthode

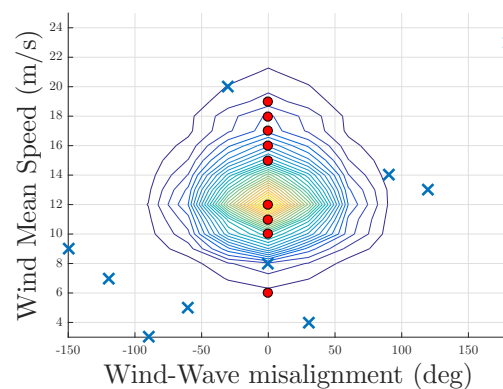
La figure 3 illustre la convergence de la méthode et l'évolution de l'approximation de l'endommagement horaire moyen sur notre cas d'étude. Au total, 19 appels au simulateur ont été nécessaires pour atteindre le critère de convergence ($\delta_{\hat{D}_{1h}}^i < 0.1$).

Si on étudie le comportement de l'algorithme, on remarque une divergence sur les premières itérations (itérations de 1 à 4) due à de brusques variations de la surface de prédiction du dommage d_{1h} . Un nombre minimal d'itérations est nécessaire afin de capturer la tendance globale de la réponse d_{1h} où la quantité $p.d_{1h}$ est importante. Une fois la "convergence globale" du métamodèle atteinte, une phase de "convergence locale" prend place. Cette dernière recherche la fidélité de la réponse approchée \hat{d}_{1h} dans les zones de quantité $p.d_{1h}$ importante.

La figure 3 présente le tirage initial (croix bleues) et les points rajoutés itérativement par l'algorithme (cercles rouges) jusqu'à l'atteinte du critère de convergence. Les isolignes de la quantité $p.d_{1h}$ y sont également représentées. Bien qu'utilisant un tirage initial présentant un *a priori* neutre (tirage LHS sur une loi uniforme), l'algorithme oriente naturellement son apprentissage vers les zones où la quantité intégrande $p.d_{1h}$ est la plus importante, ce qui respecte notre volonté de précision sur ces dernières zones.



(a) Évolution de l'estimation du dommage prédit \hat{D}_{1h} et de l'intervalle de confiance à 97.5% lié



(b) Isolignes $p.d_{1h}$, points d'initialisation (croix) et points d'apprentissage (disques)

FIGURE 3 – Illustration de la convergence de la méthode sur le cas d'étude décrits

D'un point de vue quantitatif, l'estimation finale du dommage global sur une heure \hat{D}_{1h} est de 2.2247×10^{-14} pour une référence à 2.2408×10^{-14} , soit un écart relatif de 0.3%. Le nombre de simulations passe de 276 à 19, soit un gain de 14.5. Sur cet exemple, l'algorithme apporte une réelle réduction du nombre de simulations nécessaire à l'obtention de la quantité D_{1h} . L'estimation \hat{D}_{1h} de cette dernière est très fidèle avec une erreur de inférieure à 1%.

3.2 Stabilité et précision de la méthode

Dans les mêmes conditions que celles présentées en 3.1, la procédure a été répétée 100 fois afin de tester les performances globales de la méthode. Deux simulations différentes présentent dès lors deux tirages initiaux différents. Le critère d'arrêt est rendu plus conservatif par l'ajout d'une valeur seuil de 10 itérations à atteindre avant de s'intéresser au coefficient de variation. En effet, cette modification stabilise la méthode en assurant la convergence globale de \hat{d}_{1h} avant l'atteinte d'un coefficient de variation de 10%. Les résultats sont présentés dans le tableau 1.

Rapidité	
Nombre moyen d'appels au simulateur	12.72
Écart-type	5.74
Nombre maximal	41
Précision (%)	
Écart relatif moyen à convergence	2.97
Écart-type	3.22
Écart relatif maximal	11.84

TABLE 1 – Résultats de 100 lancements indépendants de l'algorithme pour notre cas de certification en fatigue

La mise en place de la méthode donne des résultats très satisfaisants. En terme de rapidité de convergence, le gain en nombre de simulation est d'environ 21 (276 / 12.72) en moyenne, avec un gain minimal de 6.7. La méthode accélère donc considérablement le processus de quantification de fatigue pour notre structure d'étude. Ce gain est accompagné d'un écart relatif modéré sur le résultat final. Avec une moyenne de +2.97 %, et avec un maximum à 12 %, son utilisation est industriellement concevable. Ainsi, la répétition des calculs montre une certaine "stabilité" quel que soit le plan d'expérience initial.

4 Conclusion et perspectives

Une méthode d'approche de l'endommagement en un point d'une structure est proposée ici. Cette dernière est articulée autour d'une estimation évolutive de la quantité d_{1h} présentée dans l'Eq. (1).

La méthode proposée montre des performances intéressantes sur le cas d'étude présenté. La fonction d'apprentissage oriente efficacement le choix des points d'apprentissage. En effet, l'algorithme ajoute itérativement des points situés dans les zones à forte quantité $\hat{d}_{1h.p}$ et induit ainsi une convergence rapide. De plus, plusieurs répétitions de l'algorithme avec des plans d'expérience initiaux différents montre une stabilité intéressante. Ces différentes remarques esquissent les possibles gains atteignables par l'utilisation de cette méthodologie.

Ce processus va, dans les prochains projets, être intégré dans les boucles d'analyse mécanique afin d'ouvrir sur des perspectives diverses. L'analyse de sensibilité du dommage vis-à-vis des aléas d'entrée (vent, houle) est ainsi rendue plus économique avec une réduction globale du nombre de simulations nécessaires. La propagation d'incertitudes dans le processus de dimensionnement est également rendu possible et permettra, à termes, d'assurer un investissement optimal sur les nouveaux projets concernant principalement le rendement et la sécurité.

Références

- [1] Afnor, NF EN 61400-1 : Eoliennes - Exigences de conception, 2005.
- [2] Afnor, NF EN 61400-3 : Eoliennes - Exigences de conception des éoliennes en pleine mer, 2009.
- [3] J. Bect, D. Ginsbourger, L. Li, V. Picheny, E. Vasquez, Sequential design of experiments for the estimation of a probability of failure, *Statistics and Computing*, Vol. 22, pp. 773–793, 2012.
- [4] DNV-GL, DNV-OS-J101 Design Of Offshore Wind Turbine Structures, 2014.

- [5] B. Echard, N. Gayton, M. Lemaire, AK-MCS : An Active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo Simulation, *Structural Safety*, Vol. 33, pp. 145–154, 2011.
- [6] D.R. Jones, M. Schonlau, W.J. Welch Efficient Global Optimization of Expensive Black-Box Functions, *Journal of Global Optimization*, Vol. 13, pp. 455–492, 1998.
- [7] D.G. Krige, A statistical approach to some basic mine valuation problems on the Witwatersrand, *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, Vol. 52, nb. 6, pp. 119-139. 1951.
- [8] G. Matheron, *Traité de géostatistique appliquée*, Editions Technip. 1962.
- [9] G.M. Stewart, A. Robertson, J. Jonkman, M.A. Lackner, The creation of a comprehensive metocean data set for offshore wind turbine simulations, *Wind Energy*, Vol. 19, issue 6, pp. 1151–1159. 2015.