

# Couplage d'oscillateurs : l'instabilité d'un système d'équilibrage axial d'une turbo-pompe

Gautier Verhille et Patrice Le Gal

Aix Marseille Université, CNRS, Centrale Marseille,  
IRPHE UMR 7342, 49 rue F. Joliot-Curie, F-13384, Marseille, France

...

## Résumé :

*Les Systèmes d'Équilibrage Axial (SEA) des turbo-pompes sont des dispositifs qui permettent de stabiliser la position axiale des rotors grâce à l'adjonction d'une cavité fluide sur leurs faces arrière. Cet équilibre peut cependant devenir instable lorsque l'écoulement est compressible: dans ce cas un couplage peut apparaître entre un oscillateur de type Helmholtz constitué du rotor et de la cavité fluide et un oscillateur hydraulique créé par les ajutages de la chambre d'équilibrage. Nous montrons que le comportement du SEA est décrit par une équation différentielle du 3<sup>ème</sup> ordre constituée du couplage des deux équations des oscillateurs. La stabilité des solutions de ce système dynamique est donnée par le critère de Routh-Hürwitz qui stipule qu'une instabilité est susceptible d'apparaître lorsque les fréquences des deux oscillateurs collisionnent. Suite à cette étude théorique et afin d'étudier cette instabilité expérimentalement, nous avons conçu une cavité rotor-stator dont le stator est monté sur une membrane élastique afin de le laisser se déplacer librement dans la direction axiale. Les expériences ont été menées dans l'hexafluorure de soufre ( $SF_6$ ), fluide qui a l'avantage de posséder à proximité de son point critique une faible vitesse du son ainsi qu'une faible viscosité. Nous avons réussi à mettre en évidence pour la première fois en laboratoire l'instabilité SEA recherchée.*

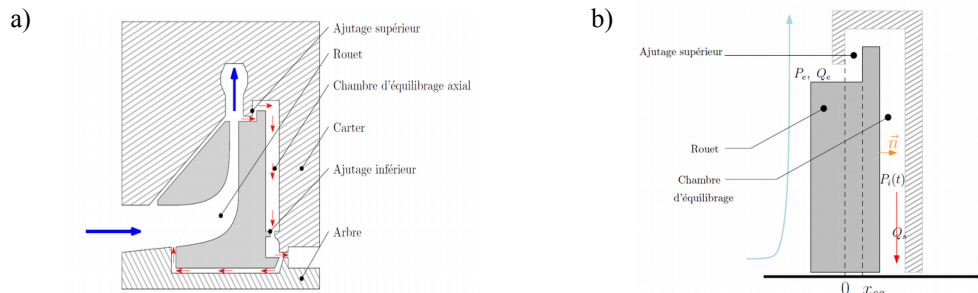
## Abstract :

*The Axial Balance Systems (ABS) of turbo-pumps are devices which stabilize the axial position of the rotors by the addition of a fluid cavity on their rear face. However, this equilibrium may become unstable when the flow is compressible: in this case a coupling may occur between a Helmholtz type oscillator consisting of the rotor and the fluid cavity, and a hydraulic oscillator created by the seals of the balancing chamber. We show that the behavior of the ABS can be described by a third order differential equation consisting of the coupling of the two oscillator equations. The stability of the solutions of this dynamical system is given by the Routh-Hürwitz criterion which states that instability can occur when the frequencies of the two oscillators collide. Following this theoretical analysis and in order to study this instability experimentally, we designed a rotor-stator cavity whose stator is mounted on an elastic membrane in order to let it free to move in the axial direction. The experiments were carried out in pressurized sulfur hexafluoride ( $SF_6$ ) which has the advantage of having a low speed of sound and a low viscosity near its critical point. We have observed for the first time this ABS instability in the laboratory.*

**Mots clefs : instabilité, oscillateurs couplés, écoulement compressible, cavité rotor/stator**

# 1 Introduction

Les très grandes vitesses de rotation des turbo-pompes nécessitent la présence de cavités fluides aux dos de leurs rotors afin de supporter les efforts créés par les fluides en rotation. Ces cavités sont équipées d'ajutages situés en entrée et en sortie du circuit du fluide qui permettent par leur pertes de charge de contrôler la pression sur les faces des disques. Ces cavités constituent ainsi les Systèmes d'Équilibrage Axial (SEA) des pompes. Ces systèmes sont auto-équilibrants et la position axiale des rotors est obtenue lorsque les pressions sur leurs faces s'équilibrent. La figure 1-a) présente le schéma d'une coupe axiale d'une pompe et montre en particulier la chambre d'équilibrage au dos du rouet avec ses ajutages d'entrée et de sortie du fluide.



**Figure 1:** a) Schéma d'une coupe axiale d'une pompe avec le circuit principal du fluide (bleu) et la circulation dans la chambre d'équilibrage (rouge). b) Définition des grandeurs associées à la chambre d'équilibrage [1] pour la mise en équation de l'analyse de stabilité.

Il s'avère cependant que cet équilibre peut être instable lorsque l'écoulement est compressible : dans ce cas un couplage apparaît entre un oscillateur de type Helmholtz constitué du rotor de masse  $M$  et de la cavité fluide et un oscillateur hydraulique créé par les ajutages. Nous présentons ici, tout d'abord la mise en équation de ce problème d'instabilité puis la conception et la réalisation d'expériences dans un fluide (l'hexafluorure de soufre,  $\text{SF}_6$ ) pressurisé entre 20 et 70 bars qui a l'avantage de posséder, à proximité de son point critique, une faible vitesse du son ( $c \sim 100$  m/s) et une faible viscosité (20 fois plus petite que celle de l'eau). Cela nous a permis d'explorer une large gamme de paramètres avec des écoulements fortement turbulents ( $Re > 10^7$ ) et compressibles ( $Ma \sim 0.5$ ) dans des expériences de taille relativement réduite ( $\sim 10$  cm) et pourtant en similitude des turbopompes réelles.

## 2 Etude de la stabilité d'une chambre d'équilibrage axial

### 2.1 Mise en équation

Considérons une cavité fluide ouverte dont une paroi peut se déplacer selon l'axe  $x$  comme indiqué sur la figure 1-b). La densité  $\rho$  du fluide est supposée homogène dans la cavité et le fluide obéit à son équation d'état qui permet de définir la célérité  $c$  du son par la dérivée partielle de sa pression  $P$  par rapport à  $\rho$ , à entropie  $S$  constante :

$$c^2 = \left. \frac{\partial P}{\partial \rho} \right|_S$$

La chambre est tout d'abord supposée à l'équilibre et on ne s'intéresse qu'aux petites perturbations des grandeurs par rapport à leurs valeurs à l'équilibre. Ainsi la circulation du fluide dans la cavité est caractérisée par un débit  $Q$  - déviation par rapport au débit d'équilibre - égale à la somme algébrique

du débit entrant  $Q_e$  et sortant  $Q_s$ . En tenant compte de l'équation d'état, la conservation de la masse de fluide donne alors :

$$\frac{\dot{P}_i V_c}{c^2} = Q_e + Q_s + \rho S_{rouet} \dot{x}$$

où  $V_c$  est le volume total de la cavité,  $S_{rouet}$  la surface de sa paroi mobile repérée par sa position  $x$  (par rapport à l'équilibre) et  $P_i$ , la pression dans la cavité ; la dérivée temporelle étant notée par  $(\dot{\phantom{x}})$ . La conservation de la quantité de mouvement appliquée au rouet permet alors d'écrire en ne considérant que les forces de

$$M_{rouet} \ddot{x} = (P_e - P_i(t)) S_{rouet}$$

pression :

où  $P_e$  est la pression à l'extérieur de la cavité, produisant une force opposée à celle créée par la pression intérieure  $P_i$ . La dérivation par rapport au temps de l'équation précédente permet alors d'obtenir l'équation qui décrit les fluctuations de la position du rouet par rapport à son équilibre :

$$M_{rouet} \ddot{x} = -\frac{c^2}{V_c} [Q + \rho S_{rouet} \dot{x}] S_{rouet}$$

Finalement, le débit  $Q=Q_e+Q_i$  étant lui même une fonction de la différence de pression  $\Delta P = P_e - P_i$ , ainsi que de la position  $x$ , il vient au premier ordre en  $x$ , l'équation de la dynamique suivante:

$$\ddot{x} + \lambda_2 \dot{x} + \omega_H^2 x + \lambda_0 x = 0$$

Avec :

$$\lambda_2 = \frac{c^2}{V_c} \frac{\partial Q}{\partial \Delta P} \quad \lambda_0 = \frac{c^2 S_{rouet}}{V_c M_{rouet}} \frac{\partial Q}{\partial x} \quad \omega_H^2 = \rho \frac{c^2 S_{rouet}^2}{V_c M_{rouet}}$$

Les premier et troisième termes de l'équation représentent l'oscillateur de Helmholtz créé par la masse du rouet pouvant osciller grâce à la compressibilité du fluide. Sa pulsation est donnée par  $\omega_H$ . Les second et quatrième termes représentent un oscillateur associé à l'ouverture et la fermeture des ajutages dont les caractéristiques s'expriment par  $\lambda_2$  et  $\lambda_0$ .  $\lambda_2$  est donnée par la loi de perte de charge du fluide au passage des étranglements alors que  $\lambda_0$  est un terme purement géométrique qui décrit l'évolution du débit en fonction de l'ouverture des ajutages. La stabilité de la solution d'équilibre est donnée par le critère de Routh-Hürwitz [2]. Ce critère montre qu'une instabilité apparaît dès que :

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_2} > \omega_H^2$$

Le rapport  $\lambda_0/\lambda_2$  étant le carré de la pulsation de l'oscillateur hydraulique associé aux ajutages, le critère de stabilité montre que l'instabilité apparaît dès que les deux fréquences propres des deux oscillateurs couplés collisionnent. Le critère d'instabilité peut alors dans notre cas s'exprimer par l'existence d'un débit critique total  $Q_c$  au dessus duquel des vibrations du rouet sont attendues :

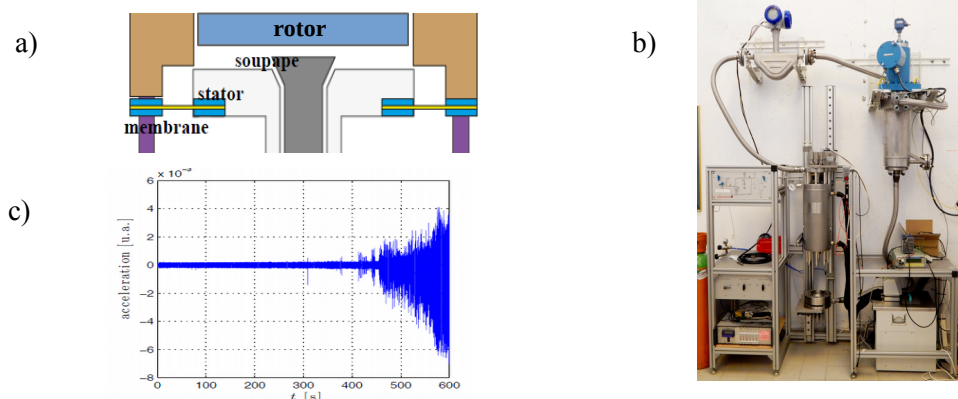
$$Q > Q_c = \pi D_0^2 c (-8h\xi')^{-1/2}$$

où  $D_0$  est une longueur caractéristique des ajutages et  $\xi'$  la dérivée par rapport à l'ouverture du coefficient de perte de charge au travers des ajutages, c'est à dire leur raideur.

## 2.2 Etude expérimentale

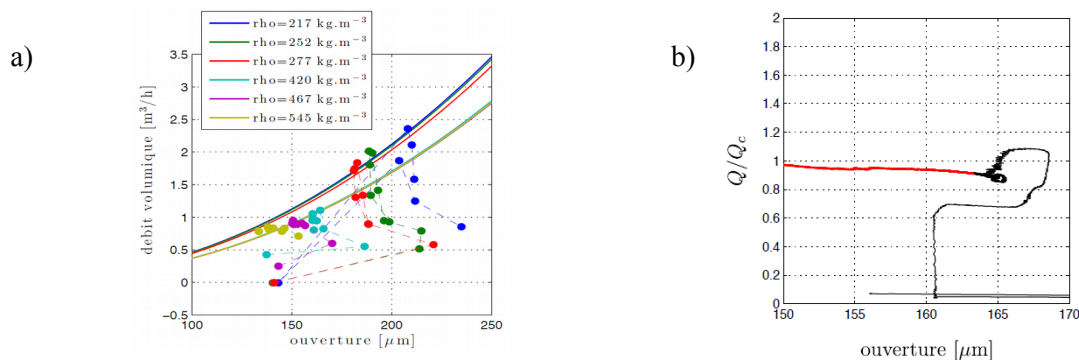
Nous observons que le débit critique  $Q_c$  sera d'autant plus facile à atteindre que la vitesse du son dans le fluide sera petite d'une part et d'autre part que la raideur  $|\xi'|$  soit la plus grande possible. Ces considérations nous ont poussé à choisir comme fluide de travail l'hexafluorure de soufre ( $SF_6$ ) au voisinage de son point critique. En effet celui-ci possède une vitesse du son qui peut être aussi basse que  $100 \text{ ms}^{-1}$ . D'autre part, notre choix de conception mécanique de la chambre d'équilibrage s'est tourné vers l'adjonction au stator d'une simple soupape conique. La figure 2 -a) présente le schéma du montage. Cette cavité rotor/stator est alors insérée dans un enceinte contenant du  $SF_6$  à une pression comprise entre 20 et 70 bars et autorisant une circulation du fluide (voir Figure 2-b) qui entre donc

dans la cavité par la périphérie du rotor et sort par la soupape. Le stator, monté sur une membrane élastique, est ainsi libre d'osciller verticalement. Un accéléromètre, des capteurs de pression et d'ouverture de la soupape permettent de suivre la dynamique de la cavité. Comme le montre l'enregistrement de l'accélération du stator (figure 2-c), une instabilité vibrationnelle est observée au-delà d'un débit critique de SF<sub>6</sub>.



**Figure 2:** a) Schéma de la cavité rotor/stator équipée d'une soupape de sortie qui mime au laboratoire les ajutages des rouets des turbopompes. b) L'ensemble de l'installation expérimentale utilisant le SF<sub>6</sub>. c) Signal temporel d'accélération du stator qui montre l'apparition de l'instabilité SEA.

Afin de prouver que l'instabilité observée est bien l'instabilité recherchée, nous avons comparé sur la figure 3, les valeurs des seuils prévues par notre théorie avec les observations expérimentales réalisées dans des conditions thermodynamiques diverses. Comme on peut le constater, l'accord est excellent.



**Figure 3:** a) Comparaison entre les seuils prévus théoriquement et les résultats expérimentaux obtenus pour diverses valeurs de la densité du SF<sub>6</sub>. A l'apparition des vibrations, les pertes de charge augmentent fortement, bloquant les débits à des valeurs proches du débit théorique critique  $Q_c$ . b) Evolution du rapport  $Q/Q_c$  pendant un régime transitoire d'augmentation progressive du débit, le rapport  $Q/Q_c$  reste proche de l'unité lorsque l'instabilité apparaît (en rouge).

## Références

- [1] C. Lachize, Etude d'écoulements turbulents inter-disques au voisinage du point critique d'un fluide (SF<sub>6</sub>), Mémoire d'étude, IRPHE, 2016.
- [2] Y. Rocard. Théorie des oscillateurs, Paris, édition de la Revue Scientifique, 1941.

Cette recherche a été réalisée en partenariat avec la SNECMA (aujourd'hui *Airbus Safran Launchers*) et du CNES. Nous remercions chaleureusement D. Testa, M. Seive et J. Dehove pour leur collaboration.