

Modèle d'observation stochastique pour la mesure du mouvement grand champ

**R. SCHUSTER^{a,b,c}, D. HEITZ^{b,c}, E. MEMIN^c, A. GUIBERT^b et P.
LOISEL^b**

a. ITGA, Rue de la Terre Adélie Parc Edonia Bâtiment R, 35768 Saint Grégoire, France,
romain.schuster@itga.fr

b. Irstea, UR OPAALE, F-35044 Rennes Cedex, France

c. INRIA, Fluminance group, Campus universitaire de Beaulieu, F-35042 Rennes Cedex, France

Résumé :

La caractérisation PIV d'écoulements sur des champs de grande taille nécessite une adaptation de la méthode d'estimation de mouvement à partir de séquences d'images. L'éloignement de la caméra couplé à un ensemencement dense de type scalaire impliquent une observation grande échelle de l'écoulement, produisant de ce fait une incertitude sur les phénomènes observés. En introduisant dans le modèle d'observation un terme stochastique lié à cette incertitude, nous montrons dans cet article que nous pouvons améliorer la précision du champ de vitesse estimé par flot optique.

Abstract :

The PIV characterization of flows on large fields of view requires an adaptation of the motion estimation method from image sequences. The backward shift of the camera coupled to a dense scalar seeding involves a large scale observation of the flow, thereby producing uncertainty about the observed phenomena. By introducing a stochastic term related to this uncertainty into the observation term, we show in this paper that we can improve the accuracy of the estimated velocity field by optical flow.

Mots clefs : Flot optique, PIV, grand champ, turbulence, modélisation stochastique

1 Introduction

Le besoin croissant de comprendre et maîtriser les flux d'air intérieurs implique le développement d'instruments de mesure qui nous renseignent de la manière la plus complète possible sur le comportement de ces flux. Actuellement, la PIV [1] est une méthode performante pour caractériser les écoulements en laboratoire. Cependant, son utilisation nécessite des contextes maîtrisés dont la transposition sur le terrain n'est pas immédiate. En particulier, les exigences liées à l'estimation de mouvement par corrélation et le matériel utilisé pour y répondre limitent la taille des champs étudiés. Dans le but de développer un nouveau système s'inspirant de la PIV qui puisse permettre le contrôle in situ d'installations aérauliques,

nous travaillons sur le développement d'une méthode d'estimation de mouvement qui prenne en compte les problématiques grand champ et terrain.

L'élargissement du champ d'un écoulement analysé par PIV implique des changements sur le plan matériel et sur le plan méthodologique. Tout d'abord pour réaliser une mesure grand champ, il faut a priori reculer la caméra par rapport à la scène ou réduire sa focale. On pourrait employer plusieurs caméras comme [3] mais nous souhaitons éviter la multiplication du matériel par souci de flexibilité et de coût. Cet élargissement du champ observé entraîne donc une diminution de la résolution spatiale des images et un lissage de l'information. Par ailleurs la lumière captée est aussi atténuée. Il faut donc un éclairage plus puissant qui puisse couvrir un domaine plus large. L'éclairage laser n'est pas forcément le plus adapté car pour couvrir un grand domaine il faut généralement plusieurs lasers, ce qui peut être assez lourd à manipuler. On recense de plus en plus d'utilisations de sources LED pour la PIV grand champ [4] car elles sont moins coûteuses et plus flexibles. Cependant la puissance inférieure d'un éclairage LED combinée à un éloignement de la caméra rend la visualisation de particules plus délicate. Ce qui peut être compensé par un ensemencement en fumée dense ou par l'utilisation de particules plus grosses et plus lumineuses comme les bulles de savon gonflées à l'hélium [2].

Il découle de ces nouvelles conditions expérimentales une observation grande échelle de l'écoulement. Dans les images, l'écoulement est visualisé au pixel près et au pas de temps près. Par conséquent il existe une limite au-delà de laquelle il est difficile de voir les variations de vitesse aux échelles spatiales inférieures au pixel ainsi que les variations sur des durées inférieures au pas de temps d'acquisition. Or ces variations petites échelles ont un impact sur la vitesse grande échelle.

Actuellement l'estimation du mouvement par corrélation ne peut résoudre qu'une gamme restreinte d'échelles de vitesse. En effet pour une fenêtre d'interrogation trop petite le pique de corrélation risque d'être noyé dans le bruit. Tandis que pour une fenêtre trop grande, les particules qu'elle contient peuvent subir des trajectoires différentes à cause des inhomogénéités du flux. Or il n'y a qu'un vecteur par fenêtre qui indique le mouvement prépondérant des particules dans la fenêtre, on risque donc de trop lisser la solution. Par ailleurs, la corrélation ne fonctionne pas bien sur des images de scalaire. En revanche le flot optique s'en sort mieux avec ce type d'images [6]. Cette méthode issue de la communauté vision par ordinateur, introduit la notion de modèle d'observation (ou terme d'attache aux données) qui permet de relier le champ de vitesse apparent $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$, où $\mathbf{x} = (x, y) \in \mathbb{R}^2$ et la luminance $I(\mathbf{x}, t)$ de l'image. Généralement le modèle d'observation s'appuie sur l'hypothèse de conservation de la luminance et a été formalisée sous le nom d'« Optical Flow Constraint Equation (OFCE) » dans [5]

$$\frac{\partial I}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla I = 0. \quad (1)$$

Si ce modèle d'observation d'origine est bien adapté à l'estimation de mouvement d'objets rigides il est cependant moins apte à saisir la complexité d'un mouvement fluide. Dès lors de nombreux travaux se sont attelés à améliorer le modèle d'observation en tenant compte des particularités des mouvements fluides et ce afin d'obtenir des solutions physiquement acceptables (se reporter à [6] pour un état de l'art sur le sujet). Parmi eux certains se sont inspirés de la décomposition utilisée en simulation numérique LES pour tenir compte des interactions entre échelles résolues et non-résolues. C'est le cas de [7] qui a introduit un modèle d'observation basé sur l'équation de transport du scalaire où l'action des petites échelles est modélisé par une diffusion turbulente prédéterminée. L'inconvénient est que cette diffusion est obtenue à partir du spectre de puissance qu'on ne peut pas connaître explicitement si le champ de vitesse est inconnu. De plus ce modèle est purement dissipatif et ne rend pas compte de la rétroaction

des échelles sous-maille sur les échelles résolues. Par la suite [8] a proposé une modélisation permettant d'améliorer l'estimation lors du processus de multirésolution par filtrages Gaussiens successifs utilisés pour les grands déplacements. Il propose plusieurs stratégies pour déterminer les échelles non résolues. Soit en calculant une première fois grossièrement la vitesse sans tenir compte des petites échelles, ce premier passage lui permet ensuite d'estimer les petites échelles et de les prendre en compte pour recalculer la vitesse lors d'un second passage. Soit en utilisant des modèles de la mécanique des fluides comme la diffusion isotrope ou le coefficient de Smagorinsky. Enfin [9] a proposé d'améliorer le modèle de [7] en utilisant les modèles mixtes introduits pour la LES par [10].

Les travaux précédemment cités exploitent tous l'hypothèse de Boussinesq pour modéliser l'influence des échelles non-résolues. En continuant de s'appuyer sur une décomposition LES, nous présentons dans cet article une nouvelle approche permettant de tenir compte des interactions multi-échelles en se détachant de l'hypothèse de Boussinesq. Le caractère innovant de cette approche réside dans le fait que nous n'émettons aucun a priori sur l'écoulement observé. Cette approche s'inspire des travaux de [11] et [12] qui changent de paradigme et reformulent l'équation de transport du scalaire dans un cadre stochastique, aboutissant ainsi à un nouveau modèle d'observation avec un modèle sous-maille stochastique. Dans cet article nous estimons notre modèle sous-maille comme solution du problème d'estimation de mouvement mais d'autres modèles sont envisageables. La suite de l'article est articulée de la manière suivante : dans un premier temps nous formaliserons mathématiquement la nouvelle méthode, puis nous présenterons les résultats de celle-ci sur des images synthétiques. Enfin nous discuterons des résultats obtenus par notre méthode appliquée à la caractérisation moyen champ d'une couche de mélange.

2 Description de la méthode

2.1 Modèle d'observation stochastique

Dans la suite de l'article nous adopterons un point de vue Lagrangien et nous utiliserons les notations suivantes :

- $\Omega \subset \mathbb{R}^2$, domaine de l'image ;
- $f : \Omega \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$, processus stochastique représentant la luminance sur l'image ;
- $\mathbf{X}_t(\mathbf{x}) : \Omega \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \Omega$, processus stochastique représentant la trajectoire suivie par la particule située en \mathbf{x} à l'instant $t = 0$;
- $\mathbf{B}_t(\mathbf{x})$, mouvement Brownien associé à la particule située en \mathbf{x} à l'instant $t = 0$;

Le modèle adopté propose une décomposition de la vitesse du fluide en deux composantes :

- \mathbf{w} , une composante grande échelle résolue en temps,
- $\sigma \dot{\mathbf{B}}$, une composante petite échelle, rapidement décorrélée en temps, corrélée spatialement, Gaussienne, inhomogène et anisotrope, modélisée par un Brownien.

Cette décomposition se traduit mathématiquement sous la forme suivante :

$$\mathbf{v} = \mathbf{w} + \sigma \dot{\mathbf{B}}, \quad (2)$$

où σ représente les corrélations spatiales des incertitudes de l'écoulement, et $\dot{\mathbf{B}}$ la variation par rapport au temps de la composante aléatoire du mouvement. Cette expression donne le déplacement infinitésimal :

$$d\mathbf{X}_t = \mathbf{w}(\mathbf{X}_t, t)dt + \sigma(\mathbf{X}_t, t)d\mathbf{B}_t. \quad (3)$$

En supposant que la luminance soit proportionnelle à la densité du scalaire transporté comme montré par [15], on peut utiliser l'opérateur de transport introduit par [12], on obtient alors l'équation de transport de la luminance qui suit :

$$d_t f + (\mathbf{w}^* dt + \sigma d\mathbf{B}_t) \cdot \nabla f - \nabla \cdot \left(\frac{1}{2} \mathbf{a} \nabla f\right) dt = 0, \quad (4)$$

où $\mathbf{w}^* = \mathbf{v} - \frac{1}{2} \nabla \cdot \mathbf{a}$ représente l'advection modifiée résultant de l'effet des petites échelles sur les plus grandes. Le premier terme représente la différence entre deux images espacées de dt . Le second terme est un terme d'advection et le troisième un terme de diffusion où $\mathbf{a} = (\sigma \sigma^T)$ est le tenseur de diffusion. Remarquons que l'espérance de (4) est donnée par

$$\mathbb{E}[d_t f + \mathbf{w}^* \cdot \nabla f - \alpha \Delta f dt],$$

dans le mesure où l'espérance du terme Brownien est nulle. L'équation (4) n'est pas suffisante pour estimer le mouvement (une équation pour deux inconnues). Pour fermer ce problème mal posé, on cherche la vitesse $\hat{\mathbf{w}}^*$ qui minimise

$$\mathbb{E}[(d_t f + (\mathbf{w}^* dt + \sigma d\mathbf{B}_t) \cdot \nabla f - \nabla \cdot \left(\frac{1}{2} \mathbf{a} \nabla f\right) dt)^2].$$

On se ramène à une résolution locale Lucas-Kanade [16] où l'espérance mathématique peut être interprétée comme un filtre spatial Gaussien g_{σ_l} , σ_l définissant la taille de la fenêtre de résolution. On montre alors facilement que la minimisation de

$$\mathbb{E}[(d_t f + (\mathbf{w}^* dt + \sigma d\mathbf{B}_t) \cdot \nabla f - \nabla \cdot \left(\frac{1}{2} \mathbf{a} \nabla f\right) dt)^2]$$

selon \mathbf{w}^* supposé localement constant revient à minimiser selon \mathbf{w}^*

$$g_{\sigma_l} * [d_t f + \mathbf{w}^* dt \cdot \nabla f - \nabla \cdot \left(\frac{1}{2} \mathbf{a} \nabla f\right) dt]^2.$$

Cette dernière minimisation conduit à un système linéaire de deux équations à deux inconnues, dont la solution est :

$$\begin{bmatrix} \hat{u} \\ \hat{v} \end{bmatrix} = \left(g_{\sigma_l} * \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f}{\partial x} dt\right)^2 & \left(\frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y}\right) dt^2 \\ \left(\frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y}\right) dt^2 & \left(\frac{\partial f}{\partial y} dt\right)^2 \end{bmatrix} \right)^{-1} \times \left(g_{\sigma_l} * \begin{bmatrix} -\left(\frac{\partial f}{\partial x} dt\right) (d_t f - \nabla \cdot \left(\frac{1}{2} \mathbf{a} \nabla f\right) dt) \\ -\left(\frac{\partial f}{\partial y} dt\right) (d_t f - \nabla \cdot \left(\frac{1}{2} \mathbf{a} \nabla f\right) dt) \end{bmatrix} \right). \quad (5)$$

2.2 Estimation de la matrice de diffusion

Pour la matrice de diffusion nous pouvons modéliser une diffusion isotrope et une diffusion anisotrope. Dans le cas d'une diffusion isotrope la matrice \mathbf{a} prend la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}.$$

Dans le cas d'une diffusion anisotrope, on lui donnera la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{pmatrix}.$$

D'autres formes plus complexes sont envisageables, elles feront l'objet de tests dans un futur proche. Dans le cas isotrope, sous l'hypothèse d'un α homogène dans un voisinage proche du pixel étudié, l'équation (4) devient :

$$d_t f + (\mathbf{w}^* dt + \boldsymbol{\sigma} d\mathbf{B}_t) \cdot \nabla f - \frac{1}{2} \alpha \Delta f dt = 0. \quad (6)$$

On estime α localement en minimisant le terme de gauche par rapport à α , ce qui donne :

$$\hat{\alpha} = \frac{2}{g_{\sigma_l} * (\Delta f dt)^2} g_{\sigma_l} * [(d_t f + \mathbf{w}^* dt \cdot \nabla f) \Delta f dt]. \quad (7)$$

Dans le cas anisotrope, sous l'hypothèse qu' α_1 et α_2 soient homogènes dans un voisinage proche du pixel étudié, l'équation (4) devient :

$$d_t f + (\mathbf{w}^* dt + \boldsymbol{\sigma} d\mathbf{B}_t) \cdot \nabla f - \frac{1}{2} (\alpha_1 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \alpha_2 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}) dt = 0. \quad (8)$$

On estime (α_1, α_2) en minimisant localement le terme de gauche par rapport à (α_1, α_2) . On obtient alors le système (9) que l'on résoud par la règle de Cramer,

$$g_{\sigma_l} * \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} dt \right)^2 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right) dt^2 \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right) dt^2 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} dt \right)^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_1 \\ \hat{\alpha}_2 \end{bmatrix} = g_{\sigma_l} * \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} (d_t f + \mathbf{w}^* dt \cdot \nabla f) dt \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} (d_t f + \mathbf{w}^* dt \cdot \nabla f) dt \end{bmatrix}. \quad (9)$$

3 Validation sur images synthétiques

3.1 Séquence turb2D

Pour notre nouvelle méthode d'estimation de mouvement, nous utilisons la banque d'images synthétiques « turb2D » issue du projet FLUID [13]. Cette base de données se compose d'une séquence de 1000 images de particules et d'une séquence de 1000 images de scalaire (256×256 px²). Dans ces images, les particules et le scalaire sont transportés par un même écoulement 2D turbulent généré par simulation directe numérique [14]. L'intérêt d'utiliser cette base de données est que nous connaissons parfaitement le champ de vitesse qui a transporté le scalaire et les particules ainsi nous pouvons confronter nos estimations à cette référence sûre.

3.2 Critères d'évaluation

Pour évaluer statistiquement les performances de notre méthode nous utilisons les critères de validation d'erreur moyenne sur la norme « Root Mean Square Error (RMSE) » et d'erreur moyenne sur l'angle

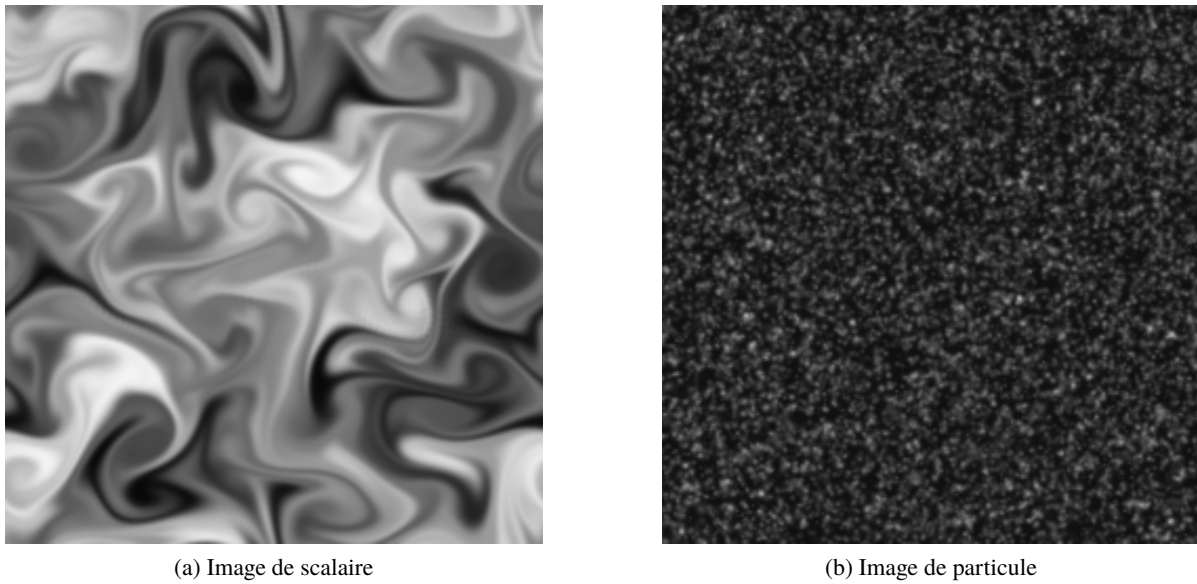


FIGURE 1 – Images synthétiques de scalaire (gauche) et de particules (droite) de la séquence turb2D du projet FLUID [13]

« Average Angular Error (AAE) » de nos champs de vitesse. Ils se définissent comme suit :

$$RMSE(t) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{\mathbf{x} \in \Omega} \|\mathbf{u}_c(\mathbf{x}, t) - \mathbf{u}_e(\mathbf{x}, t)\|^2}, \quad (10)$$

$$AAE(t) = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{x} \in \Omega} \arccos \left(\frac{\mathbf{u}_c(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{u}_e(\mathbf{x}, t)}{\|\mathbf{u}_c(\mathbf{x}, t)\| \|\mathbf{u}_e(\mathbf{x}, t)\|} \right), \quad (11)$$

où N représente le nombre total de pixels dans l'image, et $\mathbf{u}_c(\mathbf{x}, t)$ et $\mathbf{u}_e(\mathbf{x}, t)$ sont respectivement le champ de référence et le champ estimé.

3.3 Résultats

La figure 2 montre les courbes de RMSE et AAE en fonction du temps pour diverses méthodes appliquées aux images de particules. Comparée à la méthode globale Horn & Schunck, notre méthode Lucas & Kanade sans et avec modèle stochastique apporte une meilleure estimation du mouvement. En revanche il n'y a pas de différence significative entre les versions classique, isotrope et anisotrope. Cela s'explique par le fait que les particules ont un diamètre supérieur au pixel, elles ne peuvent donc pas retranscrire un mouvement aux échelles non-résolues. Sur les images de scalaire en figure 3 notre méthode Lucas & Kanade sans modèle stochastique obtient les moins bonnes performances. L'introduction du modèle stochastique permet une amélioration de l'estimation du mouvement avec un léger avantage pour la version isotrope. Sur la fin de la séquence on obtient des performances similaires à un Horn & Schunck.

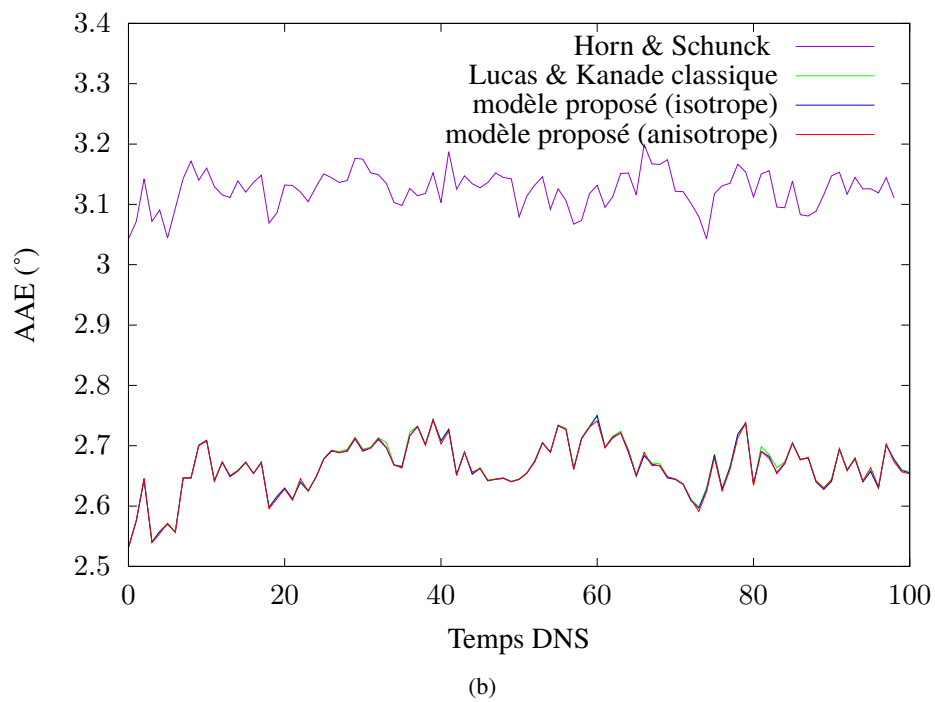
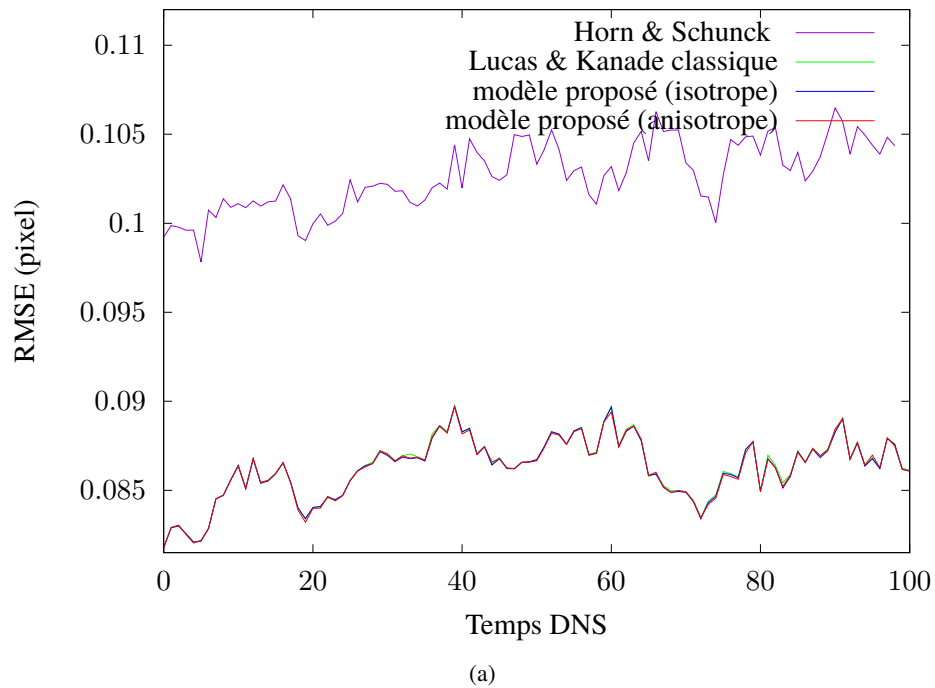


FIGURE 2 – RMSE (a) et AAE (b) pour différentes méthodes d'estimation de mouvement appliquées aux images synthétiques de particules.

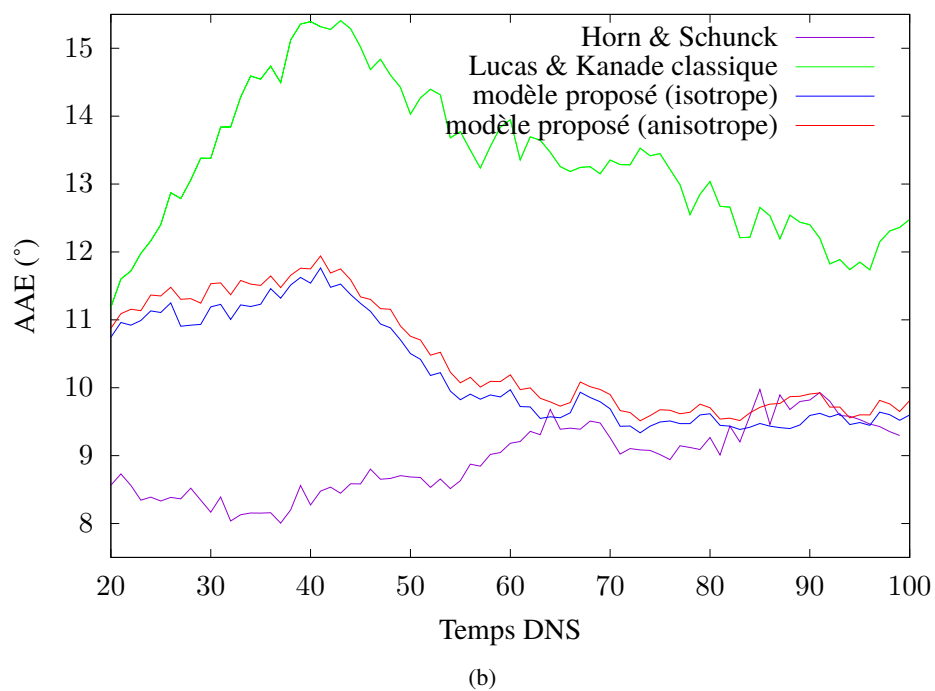
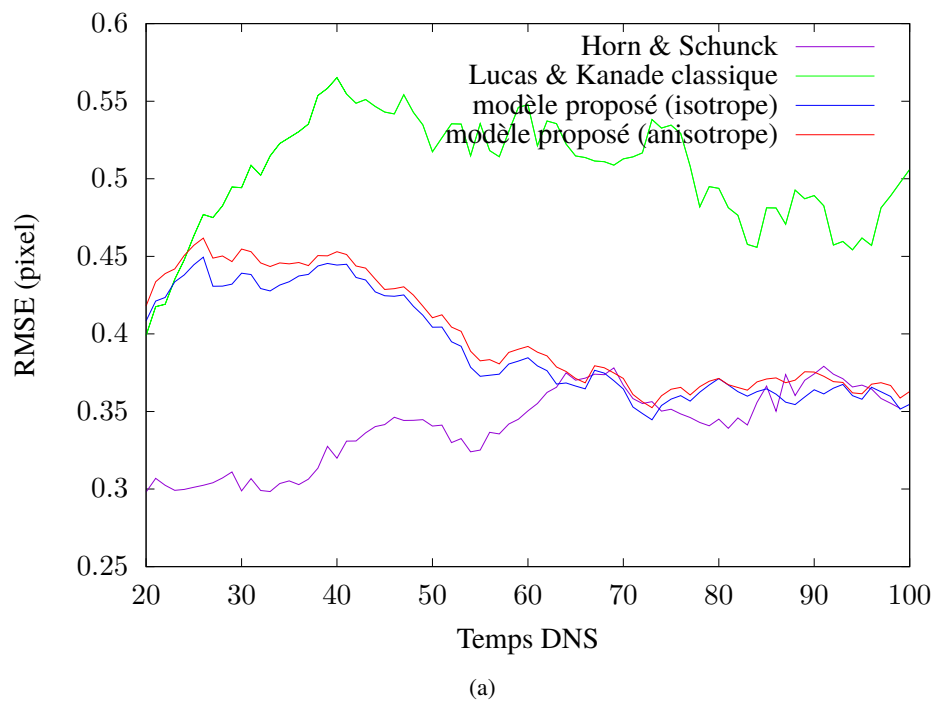


FIGURE 3 – RMSE (a) et AAE (b) pour différentes méthodes d'estimation de mouvement appliquées aux images synthétiques de scalaire.

Sur la figure 4 on observe une légère amélioration du spectre d'énergie vers les petites échelles.

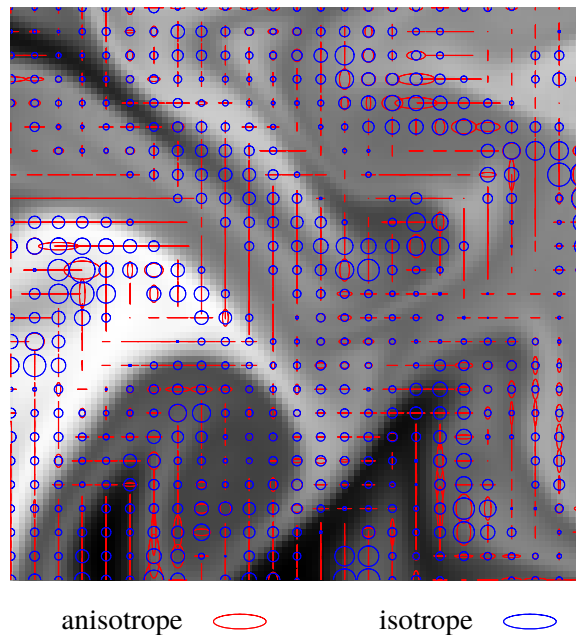


FIGURE 5 – Champ instantané de la matrice de diffusion \mathbf{a} pour les cas isotropes et anisotropes. Dans le cas isotrope \mathbf{a} est représentée sous forme de cercles de rayon $\sqrt{\alpha}$. Dans le cas anisotrope \mathbf{a} est représentée sous forme d'ellipses de rayon horizontal $\sqrt{\alpha_1}$ et de rayon vertical $\sqrt{\alpha_2}$

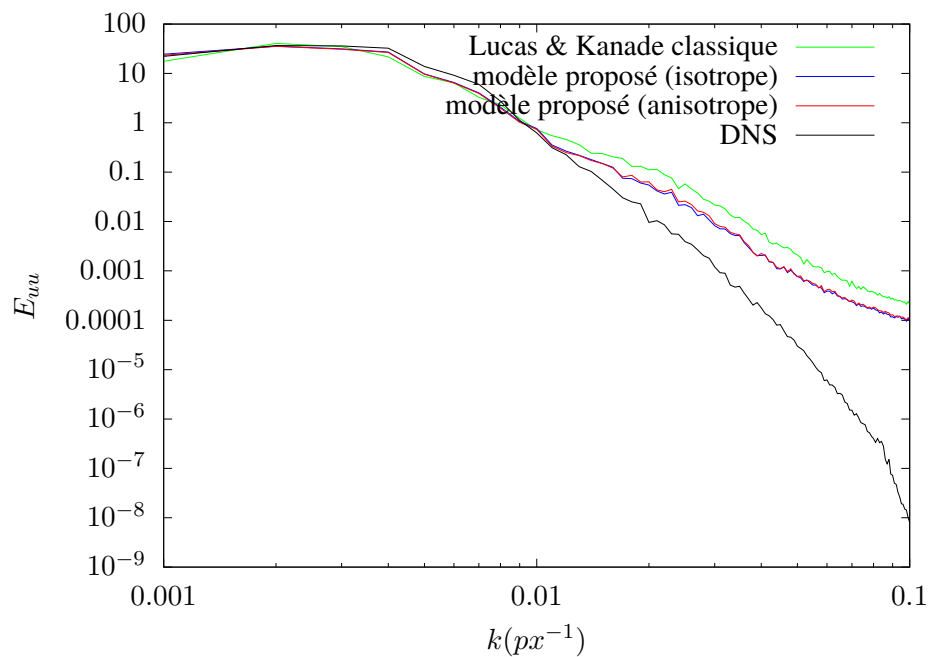


FIGURE 4 – Spectres d'énergie pour différentes méthodes d'estimation de mouvement appliquées aux images synthétiques de scalaire.

La figure 5 renseigne de la valeur locale des coefficients de la matrice de diffusion. Ces coefficients sont plus élevés dans le cas d'images scalaire que dans le cas d'images de particules. Ceci s'explique par le fait qu'on a plus d'incertitudes avec le scalaire car les gradients sont plus faibles. En conclusion nous avons montré que la méthode proposée produit des résultats aussi bons pour les images de particules et

meilleurs pour les images de scalaire que la méthode Lucas & Kanade classique.

4 Application au cas d'une couche de mélange

4.1 Dispositif expérimental

Cette expérience de couche de mélange a été réalisée dans la soufflerie du centre Irstea Rennes. La taille du champ étudié est de 35 cm × 35 cm et se situe à du bord de fuite. Pour produire cette couche de mélange nous avons fait évoluer parallèlement un flux d'air à une vitesse horizontale de 4 m/s et un autre à une vitesse horizontale de 2 m/s. Nous avonsensemencé l'écoulement avec de la fumée sous forme de filés et acquis les images avec une caméra rapide à un δt de 1 ms. Les images analysées sont en niveaux de gris codés sur 8 bits et de taille 1024 × 1024. Pour l'éclairage nous avons utilisé une source laser pulsée Nd :YAG avec une énergie par impulsion de 50 mJ à la longueur d'onde $\lambda = 532$ nm.

4.2 Résultats et discussion

La séquence analysée comporte 1000 images sur lesquelles nous avons calculé les 999 champs de vitesse instantanés correspondant avec notre méthode. Sur la figure 3a nous pouvons constater une absence de traceur sur les bords supérieurs et inférieurs de l'image. Ceci explique pourquoi nous estimons une vitesse nulle à ces endroits (figure 3b). D'autre part là où l'écoulement redevient laminaire nous observons des filaments de scalaire avec un gradient quasiment nul dans le sens de l'écoulement. Cet absence de gradient empêche le flot optique d'estimer correctement le mouvement à cause du problème d'ouverture. Comme le montre la figure 3b il y a une décroissance de la vitesse quand on s'éloigne de la zone de mélange alors qu'on devrait observer des plateaux constants.

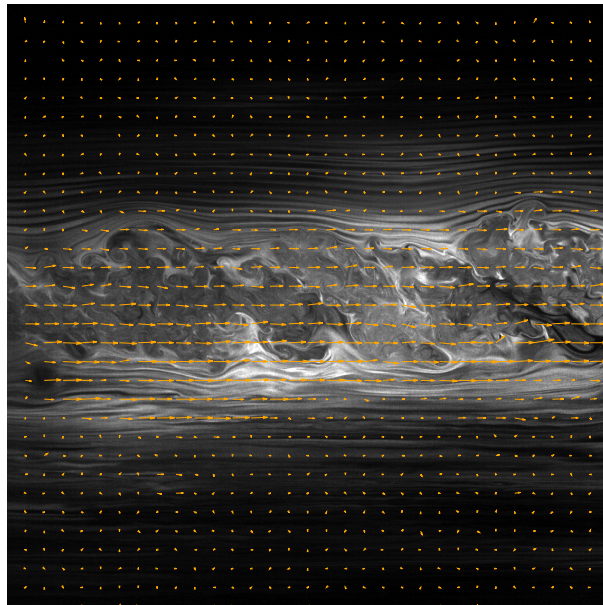
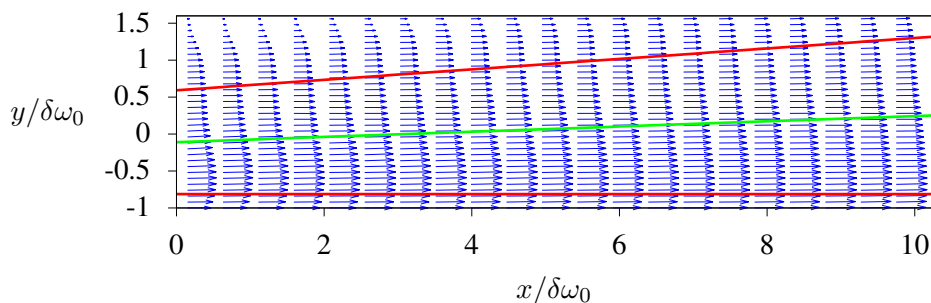


FIGURE 6 – Image de couche de mélange ($t = 500$ ms) et le champ instantané correspondant.

La méthode Lucas-Kanade suppose une vitesse constante sur un voisinage du pixel, la vitesse nulle estimée dans les zones nonensemencées et laminaires se propage donc de proche en proche et explique

la décroissance de la vitesse vers les bords. Néanmoins nos résultats sont plutôt encourageants dans la zone turbulente où nous pouvons clairement distinguer les profils de vitesse caractéristiques de la couche de mélange sur la figure 7. Nous avons pu estimer l'épanouissement et la déflexion (droites rouges et verts sur la figure 7), cependant il est difficile de faire correspondre un modèle de régression en l'absence de plateaux. Pour améliorer nos résultats nous proposons de retravailler l'ensemencement en l'introduisant de manière intermittente dans l'écoulement de façon à générer des gradients de luminance dans toutes les directions pour contourner le problème de filaments rencontré dans les zones laminaires de l'écoulement. Il faudra aussi s'assurer de la bonne répartition du traceur sur tout le domaine étudié pour éviter les zones sans information.



$$y_0(x) \quad \text{---} \quad y_0(x) \pm \frac{\delta\omega(x)}{2} \quad \text{---}$$

FIGURE 7 – Champ de vitesse moyen restreint à la zone de mélange, en rouge l'épanouissement de la couche de mélange, en vert sa déflexion.

5 Conclusion et perspectives

Dans cet article nous avons présenté une nouvelle formulation de flot optique pour l'analyse d'écoulements turbulents. Cette formulation est issue d'un modèle d'observation qui repose sur l'expression stochastique de l'équation de transport d'un scalaire passif. Ce nouveau modèle permet de prendre en compte l'action des petites échelles sur les grandes. Notre méthode a montré une bonne amélioration des résultats sur les images synthétiques de particules et des résultats positifs sur les images synthétiques de scalaire. Nous avons ensuite testé la méthode sur des images réelles d'une couche de mélange. Les images n'étaient pas idéales et nous pouvons améliorer les résultats en travaillant sur l'ensemencement. Dans nos travaux futurs nous testerons une matrice de diffusion plus complexe de type :

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 & \sqrt{\alpha_1\alpha_2} \\ \sqrt{\alpha_1\alpha_2} & \alpha_2 \end{pmatrix}.$$

Nous réitérerons l'expérience de couche de mélange avec des images adaptées.

Références

- [1] R. J. Adrian, Particle-imaging techniques for experimental fluid mechanics, *Annual Review of Fluids Mechanics*, 23 :261-304 (1991).
- [2] F. Scarano, S. Ghaemi, G. C. A. Caridi, J. Bosbach, U. Dierksheide, A. Schiacchitano, On the use of helium-filled soap bubbles for large-scale tomographic PIV in wind tunnel experiments, *Experiments in Fluids* 56 :42 (2015).
- [3] J. P. Lee, H. L. Kim, S. J. Lee, Large-scale PIV measurements of ventilation flow inside the passenger compartment of a real car, *Journal of Visualization*, (2011).
- [4] D. Schanz, F. Huhn, S. Gesemann, U. Dierksheide, R. van de Meerendonk, P. Manovski, A. Schröder, Towards high-resolution 3D flow field measurements at cubic meter scales, *18th International Symposium on the Application of Laser and Imaging Techniques to Fluid Mechanics*, (2016).
- [5] B. K. P. Horn, B. G. Schunck, Determining optical flow, *Artificial Intelligence*, 17(1-3) :185-203 (1981).
- [6] D. Heitz, E. Mémin, C. Schnörr, Variational fluid flow measurements from image sequences : synopsis and perspectives, *Experiments in Fluids*, 48(3) :369-393 (2010).
- [7] C. Cassisa, S. Simoëns, V. Prinet, L. Shao, Subgrid scale formulation of optical flow for the study of turbulent flow, *Experiments in Fluids*, 51(6) :1739-1754 (2011).
- [8] P. Zillé, T. Corpetti, L. Shao, X. Chen, Observation models based on scale interactions for optical flow estimation, *IEEE Transactions on Image Processing*, 23(8) :3281-3293 (2014).
- [9] X. Chen, P. Zillé, L. Shao, T. Corpetti, Optical flow for incompressible turbulence motion estimation, *Experiments in Fluids*, 56 :8 (2015).
- [10] J. Bardina, J. Ferziger, W. Reynolds, Improved subgrid-scale models for large-eddy simulation, *American institute of aeronautics and astronautics, fluid and plasma dynamics conference*, 13th, Snowmass, Colo., (1980).
- [11] E. Mémin, Fluid flow dynamics under location uncertainty, *Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics*, 108 :2 (2014) pp.119-146.
- [12] V. Resseguier, E. Mémin, B. Chapron, Geophysical flows under location uncertainty, Part I- Random transport and general model (2016).
- [13] D. Heitz, J. Carlier, G. Arroyo, Final report on the evaluation of the tasks of the workpackage 2, FLUID project deliverable 5.4. Technical report, INRIA - Cemagref, (2007).
- [14] J. Carlier, B. Wienieke, Report 1 on production and diffusion of fluid mechanics images and data, Fluid project deliverable 1.2. European Project Fluid image analysis and description (FLUID) <http://www.fluid.irisa.fr/>, (2005).
- [15] T. Liu, L. Shen, Fluid flow and optical flow, *Journal of Fluid Mechanics*, 614 :253-291 (2008).
- [16] B. D. Lucas, T. Kanade, An Iterative Image Registration Technique with an Application to Stereo Vision, *Proceedings of Imaging Understanding Workshop*, pp. 121-130 (1981).