

Analyse numérique des instabilités de flambage dans un fluide rhéoépaississant

ANSELMO S. PEREIRA, ROMAIN CASTELLANI, ALEXANDRE ANTONIOTTI ET RUDY VALETTE

Université Paris Sciences et Lettres (PSL), MINES ParisTech, Centre de Mise en Forme de Matériaux (CEMEF), 1 Rue Claude Daunesse, 06904 Sophia Antipolis, France

Auteur correspondant : anselmo.soeiro_pereira@mines-paristech.fr (A. S. Pereira)

Résumé :

Une des phénomènes les plus élégants et néanmoins simples de la mécanique des fluides se produit lorsqu'un fluide visqueux tombe sur un plan, et vient ensuite s'enrouler de façon à former une spirale. Rencontrés aussi bien dans la vie de tous les jours (miel sur une biscotte) que dans des cas industriels plus pointus, ces instabilités de flambage cachent une physique riche et complexe malgré l'apparente simplicité des expériences qui les mettent en lumière. La complexité s'accroît encore davantage lorsque le matériau qui s'écoule est non-newtonien, par exemple dans le cas de suspensions, fréquemment rencontrées dans différents procédés (remplissage de récipients alimentaires, dépôts de couches...). La chute d'un jet et son enroulement impliquant des surfaces libres et une structuration du liquide après impact, il existe alors une forte demande pour décrire et prédire ces phénomènes, difficile à modéliser. C'est le sujet du présent travail dans lequel sont analysés numériquement des instabilités de flambage dans un fluide non-newtonien dont la viscosité varie selon une loi de puissance, afin de mettre en évidence des effets de rhéoépaississement sur ces instabilités. Quelques résultats numériques sont ensuite confrontés à des résultats expérimentaux en régime newtonien dont les paramètres ont été observés et mesurés à l'aide d'une caméra rapide.

Abstract:

One of the most interesting yet simple phenomena in fluid mechanics happens when a viscous fluid falls onto a surface and then forms a coil. Encountered in everyday-life (honey on pancakes) as well as in more demanding industrial cases, these bulking instabilities hide a rich and complex physics. The situation becomes even more tricky when non-Newtonian fluids are considered (e.g. suspensions), as in industrial processes like food containers filling and films deposit. Jet flowing and buckling imply a lot of free surfaces and a complex structuration of the fluid at the impact. Thus, there is a high need for an efficient description and modeling of these phenomena. In this present work, we analyze numerical cases, on Newtonian and non-Newtonian power-law fluids. Some of our numerical results are then compared with experimental Newtonian ones obtained thanks to a high speed camera.

Mots clés : jets ; fluides non-newtoniens ; rhéoépaississement ; loi de puissance ; suspensions denses ; modèles rhéologiques ; analyse expérimentale/numérique

1 Introduction

De nombreux procédés industriels impliquent le remplissage de conteneurs ou bien l'enduction de surfaces, que ce soit dans le domaine alimentaire ou bien dans le monde de la microélectronique ou de la fabrication additive. Les matériaux utilisés sont très variés et possèdent parfois une rhéologie complexe, comme dans le cas des suspensions denses (pâtes céramiques par exemple). Dans ces systèmes, la fraction volumique en particules est telle qu'un important rhéoépaississement peut être observé ainsi que des non-localités d'écoulement et parfois de la ségrégation. Ces phénomènes compliquent considérablement le procédé, du fait qu'ils peuvent induire des inhomogénéités dans le produit fini ainsi que, dans certains cas, un blocage complet de l'écoulement. En outre, même pour des cas moins extrêmes (plus faible vitesse de cisaillement, ou plus basses concentrations en particules) un comportement rhéoépaississant est courant dans les suspensions ainsi que la présence de contraintes seuil [1].

La chute et les instabilités de flambage dans les fluides newtoniens ont été extensivement étudiées au cours de ces dernières années [2], aussi bien expérimentalement que numériquement. Plusieurs régimes d'écoulement ont été mis en évidence, en fonction de la balance entre forces d'inertie, de gravité et forces visqueuses sur le fluide. Pour chacun de ces régimes, ont été prédits le diamètre de l'enroulement, sa fréquence, l'épaisseur de jet à l'impact... Peu d'études cependant s'intéressent à la chute de fluides non-newtoniens et à la structuration qu'induit la formation de l'enroulement à l'impact sur l'empilement final des couches de fluides. Or, dans le cas des suspensions denses, ce sont des paramètres primordiaux ; d'une part, du fait de leur rhéologie, d'autre part à cause de la présence de surfaces libres et d'une potentielle non homogénéité de concentration en particules dans le jet à cause de l'écoulement [3], qui va se répercuter sur la structure finale.

D'un point de vue procédé, le comportement non-newtonien des suspensions peut en outre :

1. Limiter les vitesses d'écoulement, en particulier dans les buses d'extrusion, à cause du phénomène de rhéoépaississement ;
2. Pour des faibles débits et des grandes hauteurs de chute, le jet peut se rompre, et causer des irrégularités de dépôt ;
3. Dès que le débit est élevé, le jet forme à l'impact des enroulements ou repliements plus ou moins réguliers ; le monticule formé s'effondre ensuite sous son poids et s'enfonce dans le volume déjà présent, pouvant piéger de l'air ;
4. L'étalement final est difficilement contrôlable à cause de la présence d'un seuil d'écoulement, ce qui pose des problèmes de dimensionnement du produit final.

Il est donc nécessaire d'étudier non seulement la façon dont va dévier le comportement à l'enroulement d'un fluide non-newtonien par rapport à ce qui a été décrit dans la littérature, mais aussi de modéliser les structurations induites par la formation et la chute de ces enroulements.

Pour ce travail, nous analysons numériquement des instabilités de flambage bidimensionnelles dans un fluide non-newtonien dont la viscosité varie selon une loi de puissance régularisée, afin de mettre en évidence uniquement les effets du rhéoépaississement sur ces instabilités. Quelques résultats numériques sont confrontés à des résultats expérimentaux newtoniens dont les paramètres ont été observés et mesurés à l'aide d'une caméra rapide. Cette démarche nous permettra de mettre en évidence des effets de rhéoépaississement sur la formation des instabilités de flambage, ainsi que de nourrir et mettre à l'épreuve les modèles non-newtonien existants, pour à terme simplifier la simulation complète des procédés de remplissage.

2 Méthodologie

En laboratoire, les instabilités de flambage sont normalement analysées à partir de l'injection d'un fluide de masse volumique, ρ , viscosité cinématique $\nu = \eta/\rho$ (η étant la viscosité dynamique), par un canal (ou un orifice) à un débit volumique constant représentant la vitesse moyenne de sortie du fluide par le canal. Le fluide tombe sur un substrat (ou sur une surface) situé à une distance H de la sortie du canal et vient s'enrouler (ou se replier, pour les cas bidimensionnels) sous forme de spirale (ou couche liquide en 2D) avec une certaine fréquence.

Dans le présent travail, les instabilités de flambage sont analysées à partir d'une approche numérique bidimensionnelle à l'aide d'un code de calcul basé sur la méthode des éléments finis [4]. Les jets sont régis par les équations de la conservation de la masse et de la quantité de mouvement :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right] = \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho \mathbf{g} \quad (2)$$

où \mathbf{u} dénote le vecteur vitesse, t est le temps, $\nabla \mathbf{u}$ représente le tenseur gradient des vitesses et $\boldsymbol{\tau}$ indique le tenseur des contraintes. Pour un fluide newtonien généralisé, le tenseur des contraintes se déduit de $\boldsymbol{\tau} = -p \mathbf{I} + 2\eta \dot{\boldsymbol{\gamma}}$, p étant la pression, \mathbf{I} le tenseur identité et $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ le tenseur taux de déformation (où tenseur vitesse de déformation) défini comme $\dot{\boldsymbol{\gamma}} = \frac{\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T}{2}$. La viscosité du fluide est donnée par une loi de puissance régularisée

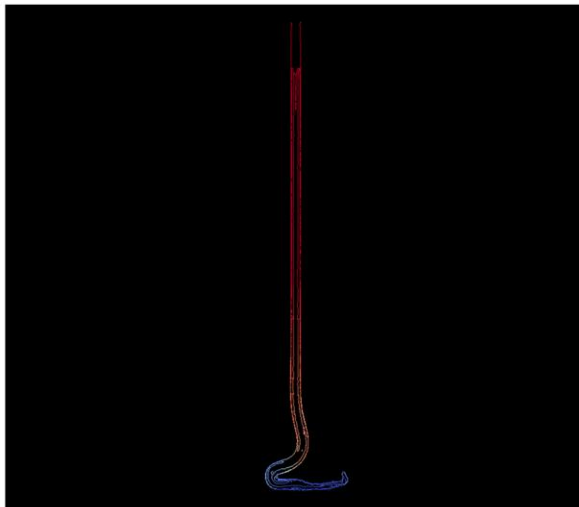
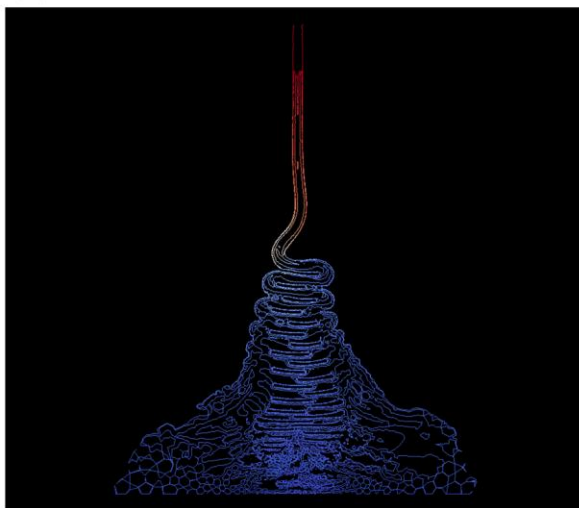
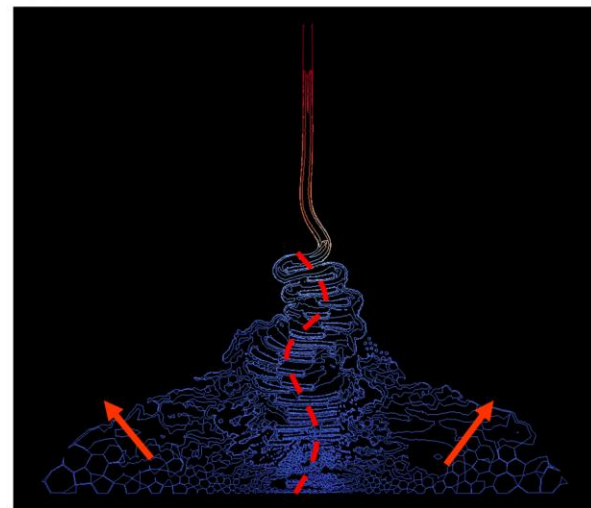
$$\eta = \begin{cases} \eta_0, & |\dot{\boldsymbol{\gamma}}| \leq \dot{\gamma}_0 \\ K|\dot{\boldsymbol{\gamma}}|^{n-1}, & |\dot{\boldsymbol{\gamma}}| > \dot{\gamma}_0 \end{cases} \quad (3)$$

dont η_0 dénote la viscosité du fluide à un taux de déformation inférieur à $\dot{\gamma}_0$, K désigne la consistance du fluide et n est l'indice de structure d'écoulement. Dans le présent travail, $\eta_0 = 1000$ Pa.s, $\dot{\gamma}_0 = 1$ s⁻¹, $K = 1000$ Pa.s ^{n} . Nous analysons ainsi les effets de rhéoépaississement sur les instabilités de flambage en prenant en compte un fluide bivisqueux (non linéaire dans le cas n différent de 1). Six valeurs de n sont explorées : 1 (fluide newtonien) ; 1,25 ; 1,5 ; 1,75 ; 1,85 ; 2. Il est intéressant d'observer que, dans le cadre de ce travail, n peut être interprété comme un degré de rhéoépaississement. Les dimensions du domaine sont $L_x \times L_y = 2$ m x 1 m. Ce dernier est discrétisé à l'aide d'un maillage non structurées composé 50000 éléments.

Expérimentalement, on analyse des jets d'huiles silicone (avec comme viscosité $\eta_{\text{sil}} = 330$ Pa.s et comme masse volumique $\rho_{\text{sil}} = 1000$ kg/m³) à l'aide d'une caméra rapide de résolution de 800 x 600 et une vitesse d'acquisition de 600 images par seconde.

3 Résultats et discussions

L'évolution géométrique au cours du temps d'un jet newtonien ($n = 1$) obtenue numériquement est montrée sur la Figure 1, les couleurs représentant la norme du vecteur vitesse ($|\mathbf{u}|$). Un fil de fluide sort du canal (d'épaisseur égale à 2 cm) à une vitesse égale à 5 m/s et vient se replier sur lui-même de façon à former des couches liquides successives (Figures 1a et 1b). Le monticule formé par ces couches a, par la suite, tendance à s'étaler lentement sous son propre poids (Figure 1c), en formant un substrat dont l'écoulement rend le monticule instable. Lorsque l'instabilité devient importante, le monticule s'effondre, comme illustré par la ligne pointillée en rouge sur la Figure 1(d).

(a) $t = 0,1$ s(b) $t = 0,4$ s(c) $t = 2$ s(d) $t = 3$ s

fluide newtonien

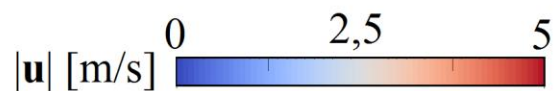


Figure 1. Résultats numériques : évolution temporelle d'un jet newtonien ($n = 1$), les couleurs représentant la norme du vecteur vitesse ($|\mathbf{u}|$).

L'évolution géométrique illustrée par la Figure 1 s'accorde bien (au moins qualitativement) avec la formations des spires sur un substrat d'huile de silicone, avec comme viscosité $\eta_{\text{sil}} = 330 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ et comme masse volumique $\rho_{\text{sil}} = 1000 \text{ kg/m}^3$, montrée dans la Figure 2. Le débit volumique et la distance entre la filière et la surface sur laquelle le fluide est déposé sont fixés à $560 \text{ mm}^3/\text{s}$ et 70 cm , respectivement. Comme observé sur la Figure 1, le monticule formé par des superpositions successives des spires s'effondre (Figure 2) lorsque les instabilités générées par étalement du substrat liquide s'accroissent.

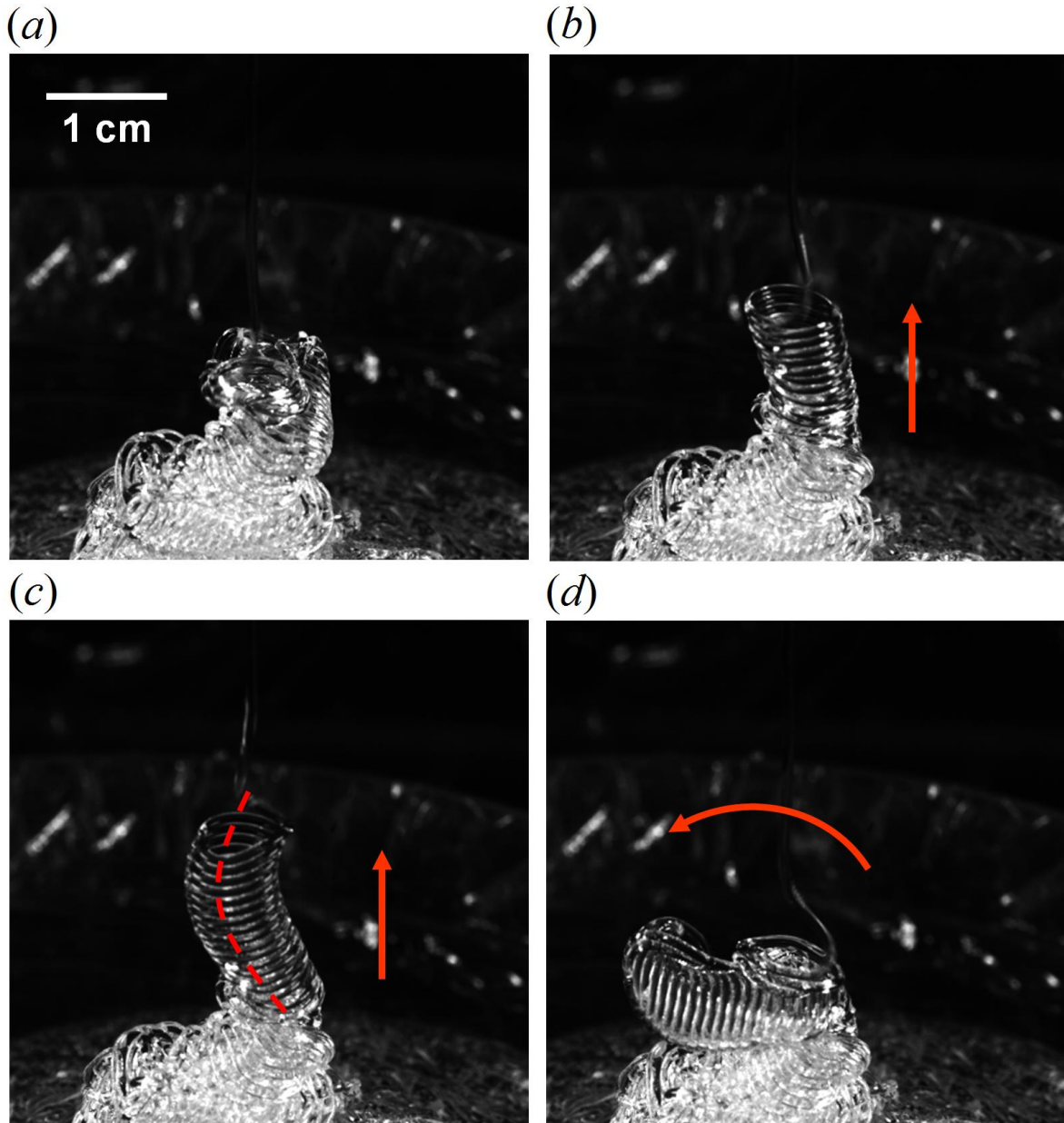


Figure 2. Évolution temporelle d'un jet newtonien : formation de spires (*a* et *b*) ; effondrement du monticule (*c* and *d*). Résultats expérimentaux (huile de silicone, avec comme viscosité $\eta_{\text{sil}} = 330 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ et comme masse volumique $\rho_{\text{sil}} = 1000 \text{ kg/m}^3$).

À partir d'analyses numériques et expérimentales, Ribe et ses collaborateurs [2] ont mis en évidence que la fréquence d'enroulement (ou de repliement, pour les cas bidimensionnels) du filament de fluide

newtonien peut varier en fonction de la hauteur de chute, H , du débit volumique, Q , ou encore du rayon (ou épaisseur, pour les cas 2D) de la colonne de fluide, a_1 .

La Figure 3, montre que la fréquence de repliement peut aussi varier en fonction du degré de rhéoépaississement du fluide, ce qui est quantifié dans le présent travail par l'exposant n . La vitesse en sortie de canal a été fixée pour tous les cas numériques analysés ($|\mathbf{u}| = 5$ m/s). En comparant les Figures 3(a), 3(b), 3(c) et 3(d), on observe que la quantité de couches liquides formées au bout de 0,5 secondes diminue à mesure que n augmente, ce qui est lié à forte dissipation visqueuse due à l'augmentation de la viscosité au niveau des courbures, comme indiqué par les régions en rouge sur les Figures 3(c) et 3(d). Ainsi, l'intervalle entre deux repliements consécutifs, t_{2rc} , illustré dans la Figure 4, augmente avec n . Par ailleurs, il est intéressant d'observer que t_{2rc} peut être relié à n à partir d'une loi de puissance à l'exposant $2/3$ ($t_{2rc} \cong n^{2/3}$).

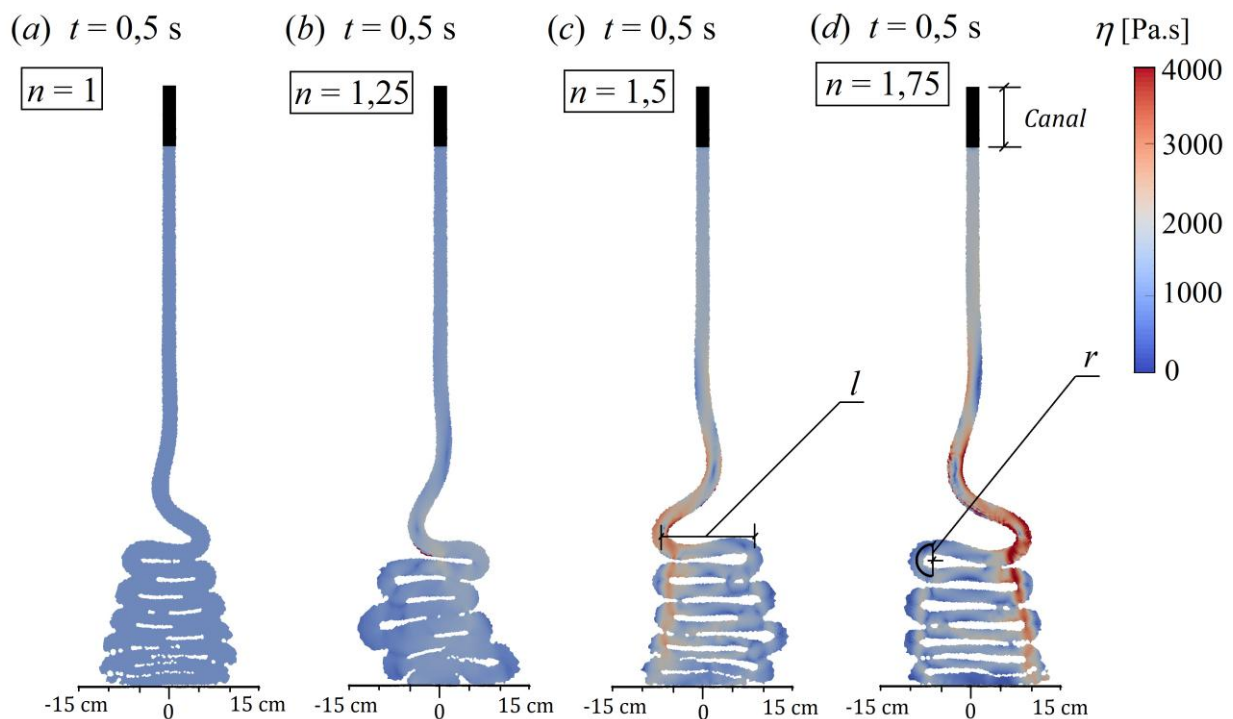


Figure 3. Effets du degré de rhéoépaississement (n) sur les instabilités de flambage.

En analysant la Figure 3, on remarque encore que la longueur, l , des couches liquides ainsi que leur rayon de courbure, r , sont des fonctions croissantes de n . Plus spécifiquement, $l \cong n^{8/9}$ et $r \cong n^{2/3}$, comme mis en lumière par les courbes bleues sur les Figures 5(a) et 5(b), respectivement. Par conséquent, les espaces générés entre les couches liquides augmentent à mesure que le fluide devient plus rhéoépaississant, ce qui pourrait élever la quantité de bulles piégées lors de l'effondrement du monticule.

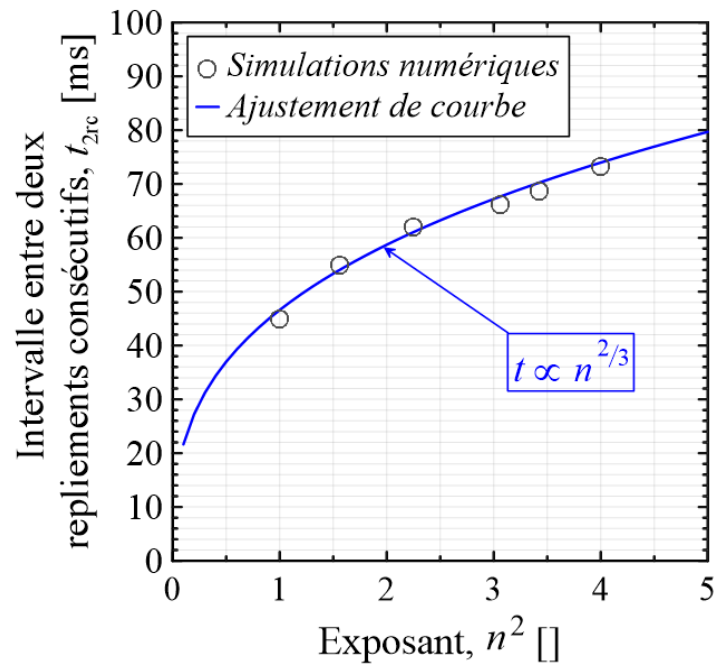


Figure 4. Intervalle entre deux repliements consécutifs, t_{2rc} , en fonction de n .

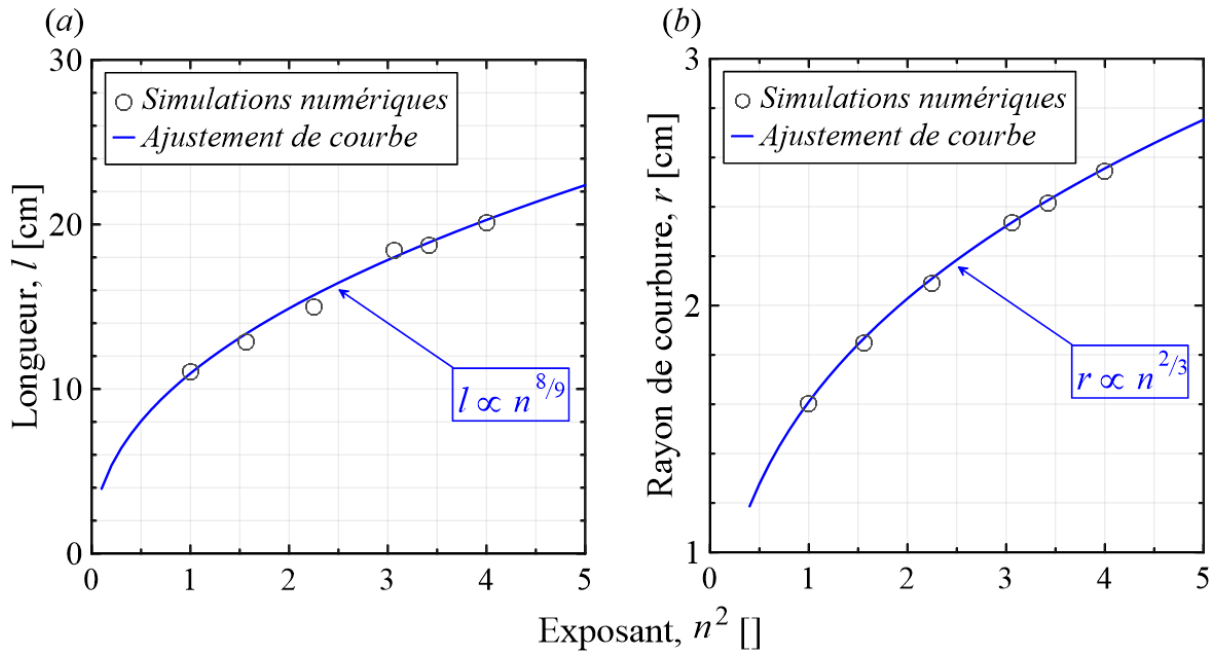


Figure 5. Longueur, l , des couches liquides (a) ainsi que leur rayon de courbure, r , en fonction de n (b).

4 Conclusions

Pour ce travail, nous avons analysé numériquement des instabilités de flambage bidimensionnelles dans un fluide non-newtonien dont la viscosité varie selon une loi de puissance régularisée, afin de mettre en évidence des effets de rhéoépaississement sur ces instabilités. Quelques résultats numériques ont été confrontés à des résultats expérimentaux dont les paramètres ont été observés et mesurés à l'aide d'une caméra rapide. Cette démarche nous a permis de mettre en évidence les effets du rhéoépaississement sur la formation des instabilités de flambage.

La fréquence de repliement du fil liquide diminue lorsque le degré de rhéoépaississement (exposant n) augmente. En contrepartie, on a remarqué que la longueur des couches liquides formées entre deux repliements consécutifs ainsi que leur rayon de courbure sont des fonctions croissantes de n . Par conséquent, les espaces générés entre les couches liquides augmentent à mesure que le fluide devient plus rhéoépaississant, ce qui pourrait favoriser le piégeage de bulles lors de l'effondrement du monticule.

Références

- [1] D. B. Genovese, Shear rheology of hard-sphere, dispersed, and aggregated suspensions, and filler-matrix composites. *Advances in colloid and interface science* 171-172 (2012) 1-16
- [2] Liquid Rope Coiling, Neil M. Ribe, Mehdi Habibi, and Daniel Bonn, *Annu. Rev. Fluid Mech.* (2012), 249-665
- [3] F. Boyer, E. Guazzelli, O. Pouliquen, Unifying Suspension and Granular Rheology, *Physical Review Letters* (2011), 1-5
- [4] Y. Mesri, H. Dignonnet, T. Coupez, Advanced parallel computing in material forming with cimlib. *Eur J Comput Mech*, 18 (2009), pp. 669–694