

Etendue de la zone plastique par mesures expérimentales et numériques

S. HEDAN^a, M. BERDJANE^b, A. GERMANEAU^b, V. VALLE^b

a. Université de Poitiers, CNRS UMR 7285 IC2MP, HydrASA, ENSI POITIERS, 1 rue Marcel Doré, 86073 Poitiers Cedex

b. Université de Poitiers, CNRS UPR 3346 Institut PPRIME, Université de Poitiers, CNRS UPR 3346 Institut PPRIME, Université de Poitiers, CNRS UPR 3346 Institut PPRIME

Résumé :

Ces travaux visent à caractériser et à quantifier par des comparaisons expérimentales (DIC) et numériques (éléments finis) l'étendue de la zone plastique entourant le pointe de fissure lors d'une sollicitation en mode I d'ouverture. L'originalité de l'approche expérimentale réside dans la mise en œuvre d'un nouvel algorithme de corrélation d'images numériques (H-DIC) [1] tenant compte de discontinuité géométrique lors du processus d'optimisation. Cet outil permet donc de localiser finement (au pixel près) la position de la fissure et d'accéder aux grandeurs cinématiques proche de la pointe de fissure. Parallèlement, un modèle éléments finis tenant compte de la loi de comportement élasto-plastique du matériau a été implémentée dans CAST3M. La comparaison des résultats expérimentaux et numériques (champs de déplacements et de déformations) a permis de valider le modèle éléments finis et l'étude de la plasticité en pointe de fissure. Dans la littérature, l'étendue de cette zone plastique peut être obtenue au moyen des champs de déformations. Cette approche a été validée sur des données numériques issues de notre modèle et des comparaisons de la taille et de la géométrie de la zone plastique ont été menées.

Abstract :

The purpose of this work is to characterize and quantify by experimental tests (DIC) and numerical simulations (Finite Elements) the size and shape of the plastic zone around the crack tip for a mode I opening. The originality of the experimental approach lies in the implementation of a new digital image correlation algorithm (H-DIC) [1] taking account of geometrical discontinuity (crack) during the optimization process. This tool makes it possible to locate with a very good precision (± 1 pixel) the crack and to access the kinematic fields close to the crack tip. A finite element model taking into account the elastoplastic behavior of the material has been implemented in CAST3M software. The comparison of the experimental and numerical results (displacement and deformation fields) allowed us to validate the finite element model and the study of the plastic zone. In the literature, this plastic zone boundary can be obtained by means of the strain fields. This approach has been validated on numerical data from our model and comparisons of the size and shape of the plastic zone have been carried out.

Mots clefs : Fissuration, zone plastique, comportement élasto-plastique, corrélation d'images numériques, éléments finis.

1 Introduction

Plusieurs aspects de l'étude du comportement élasto-plastique des structures n'ont pas été complètement étudiés. Parmi ces aspects il y a le comportement de la structure en présence de fissures. De nombreuses études sur les champs de contraintes et les champs de déplacements autour d'une pointe de fissure ont été entreprises dans le but de mieux comprendre le phénomène de fissuration. Dans ce cas, les méthodes optiques sont bien adaptées car elles offrent des mesures de champs et sans contact. Ces dernières années, de nouveaux développements de corrélation d'image numérique (CIN) permettent de prendre en compte la présence de fissures au cours du processus de minimisation et permettent d'avoir accès aux champs cinématiques au voisinage de la pointe de fissure [1]. La fracture est peut-être l'une des formes les plus fréquentes d'endommagement qui se produit et la description des fissures est toujours d'un grand intérêt dans le domaine de la mécanique de la rupture. Pour un solide élastique fissuré et du fait que le champ de contrainte en pointe de la fissure prend des valeurs importantes, il contribue à la création d'une zone plastique autour de la fissure. Ceci joue un rôle important dans la détermination de l'initiation et de la propagation des fissures [2] et encore plus pour le solide élasto-plastique. Par conséquent, il est important de connaître la taille exacte et la forme de la zone plastique en pointe de fissure et comment elle évolue au cours du chargement.

Les travaux théoriques les plus anciens sur la forme de la zone plastique en pointe de fissure ont été initiés par Irwin [3] et Dugdale [4]. Irwin a estimé l'étendue devant la pointe de fissure. Dugdale a obtenu la zone plastique en pointe de fissure à partir d'essais expérimentaux sur des plaques fines. Basé sur l'hypothèse d'une contrainte cohésive constante au bord de la fissure, le modèle de Dugdale a été largement utilisé pour étudier la déformation plastique près de la pointe de fissure et a donné des prédictions fiables aux extrémités des fissures stationnaires. D'autres approches existent pour déterminer l'étendue de la zone plastique, on peut citer les critères de Von Mises ou de Tresca sous l'hypothèse bidimensionnelle (déformation plane ou contrainte plane). La zone plastique mesurée à partir de la contrainte équivalente de Von Mises (σ_p) utilise les six composantes des contraintes ou les six composantes des déformations pour la déformation équivalente de Von Mises (ϵ_p). Expérimentalement, les champs de déformations peuvent être obtenus sur la surface externe du solide fissuré (mesures surfaciques). Pour les champs de déformations 3D par métrologie optique, la présence d'un mouchetis 3D au sein du solide est nécessaire [5] limitant l'étude des solides ayant un speckle 3D sensible aux rayons X comme les roches [6], les os [7], la fonte à graphite sphéroïdal [8] ou les composites [9]. Pour l'étude du comportement des polymères, certains auteurs ajoutent une faible proportion de particules générant ce speckle 3D et qui ne modifie pas ou peu le comportement mécanique [10]. De plus, la littérature en mécanique des fractures montre une présence d'une zone 3D [11] entourant la pointe et influençant la réponse mécanique, et donc la zone plastifiée autour de la pointe de fissure. Ici, il est proposé de caractériser la zone plastique à partir de données expérimentales surfaciques et de données numériques volumiques, et ainsi quantifier les différences entre des approches surfaciques et volumiques. Le but de ce travail était (i) de valider un modèle 3D EF (conditions aux limites et loi de comportement) par comparaison de données expérimentales issues d'une éprouvette élasto-plastique SEN chargée en mode I et (ii) d'analyser les zones plastiques obtenues à partir des champs expérimentaux et numériques et de la littérature.

2 Montage expérimental et modèle numérique

2.1 Montage expérimental et H-DIC

Pour les essais expérimentaux, des plaques en PEBD (Polyéthylène Basse Densité) sont utilisées pour leur comportement élasto-plastique et leur amplitude de déformation. Les expériences sont menées sur

des éprouvettes SEN de 3 millimètres d'épaisseur. L'échantillon est placé dans un système de chargement couplé à un système d'imagerie numérique. La zone d'intérêt est d'environ $40 \times 31 \text{ mm}^2$ et le grandissement de $0,039 \text{ mm.pixels}^{-1}$. En mécanique expérimentale, la capacité de la CIN à observer et étudier la concentration des déformations proche de la pointe de fissure a été démontrée dans de nombreux articles scientifiques [12] [13]. Pour obtenir le champ de déplacement lors d'une transformation physique, la méthode CIN recherche les changements de position d'un motif de mouchetis situé sur la surface de l'échantillon. Ce mouchetis est très régulièrement artificiel afin d'avoir de bonnes variations de contraste dans les images. Deux images sont nécessaires pour obtenir les déplacements plans dans la zone d'intérêt. Le principe de cette méthode est de minimiser une fonction de corrélation entre deux fonctions sur un sous-ensemble [12]. Plusieurs méthodes CIN ont été développées pour déterminer le champ cinématique (u, v) proche de discontinuités géométriques comme les fissures, on peut citer les travaux de [14] [15]. Dans notre cas, le logiciel H-DIC (CIN enrichie des fonctions Heaviside) [1] est utilisé. Ce logiciel est basé sur une extension de la méthode CIN classique enrichie des fonctions Heaviside bidimensionnelles $H(x,y)$ et un processus de minimisation sur le sous-ensemble. Cet algorithme permet de déterminer la localisation des fissures (discontinuités de déplacement) avec une précision de ± 1 pixel. Dans cette étude, la taille du sous-ensemble est de 40×40 pixels (c'est-à-dire $156 \times 156 \text{ } \mu\text{m}^2$) et l'incrément entre deux calculs est $D=1$ pixel. Pour une précision sub-pixel, une interpolation bi-cubique est utilisée. Une fois les deux composantes du déplacement plan mesurées sur un ensemble régulier de positions, les gradients de déplacement sont calculés en utilisant la procédure d'Allais et al., 1994 [16] et le nombre de paires de mesures de déplacement (N) utilisé est de quatre.

2.2 Modèle numérique et matériau

A partir des conditions expérimentales, un modèle éléments finis de l'éprouvette SEN est généré au moyen du logiciel CAST3M afin d'estimer les champs de déplacement. Du fait des symétries de l'essai expérimental et pour une comparaison avec les données expérimentales, un quart de la plaque [17] est modélisé et analysé. Pour tenir compte des forts gradients de déplacement devant la pointe de fissure, les nœuds sont densifiés dans une zone entourant la pointe de fissure [18]. Cette densification a permis de tenir compte des contraintes tridimensionnelles proches de la singularité. La géométrie de l'échantillon numérique correspond aux dimensions de l'échantillon expérimental, et dont la longueur de fissure (a), l'épaisseur (h), la largeur (W) et la longueur (L) sont respectivement égales à 25, 3, 40 et 145 mm. Le système de coordonnées (x,y,z) est centré en pointe de la fissure. Les conditions limites liées au test expérimental imposent des déplacements nuls sur le ligament de surface dans la direction y. Pour la direction x, c'est la surface de charge qui est bloquée. Pour $z=0$, les déplacements sont égaux à zéro suivant la direction z. La loi de comportement est de type élastique plastique isotrope et correspondent aux valeurs expérimentales acquises lors d'un essai de traction. Les autres données nécessaires et implémentées dans le modèle numérique sont récapitulées dans le tableau 1.

	Module d'élasticité E	Coef. Poisson ν	Contrainte seuil en traction σ_0	Déformation seuil en traction ε_0 [%]	Contrainte seuil en compression σ_{c0}
PEBD	81 MPa	0,45	4,91 MPa	6	4,5 MPa

Tableau 1 : Caractéristiques mécaniques du modèle EF

3 Résultats et discussion

La figure 1 montre les champs gradients de déplacements expérimentaux et numériques suivant les directions x et y et pour un état de charge (déplacement imposé: 2.33 mm). Sur ces champs, une bonne correspondance des gradients de déplacement entre l'essai expérimental (H-DIC) et le modèle numérique permet de valider les conditions limites et la loi de comportement implémentée dans le modèle EF. La même correspondance est observée sur les champs de déplacements (non présentée ici).

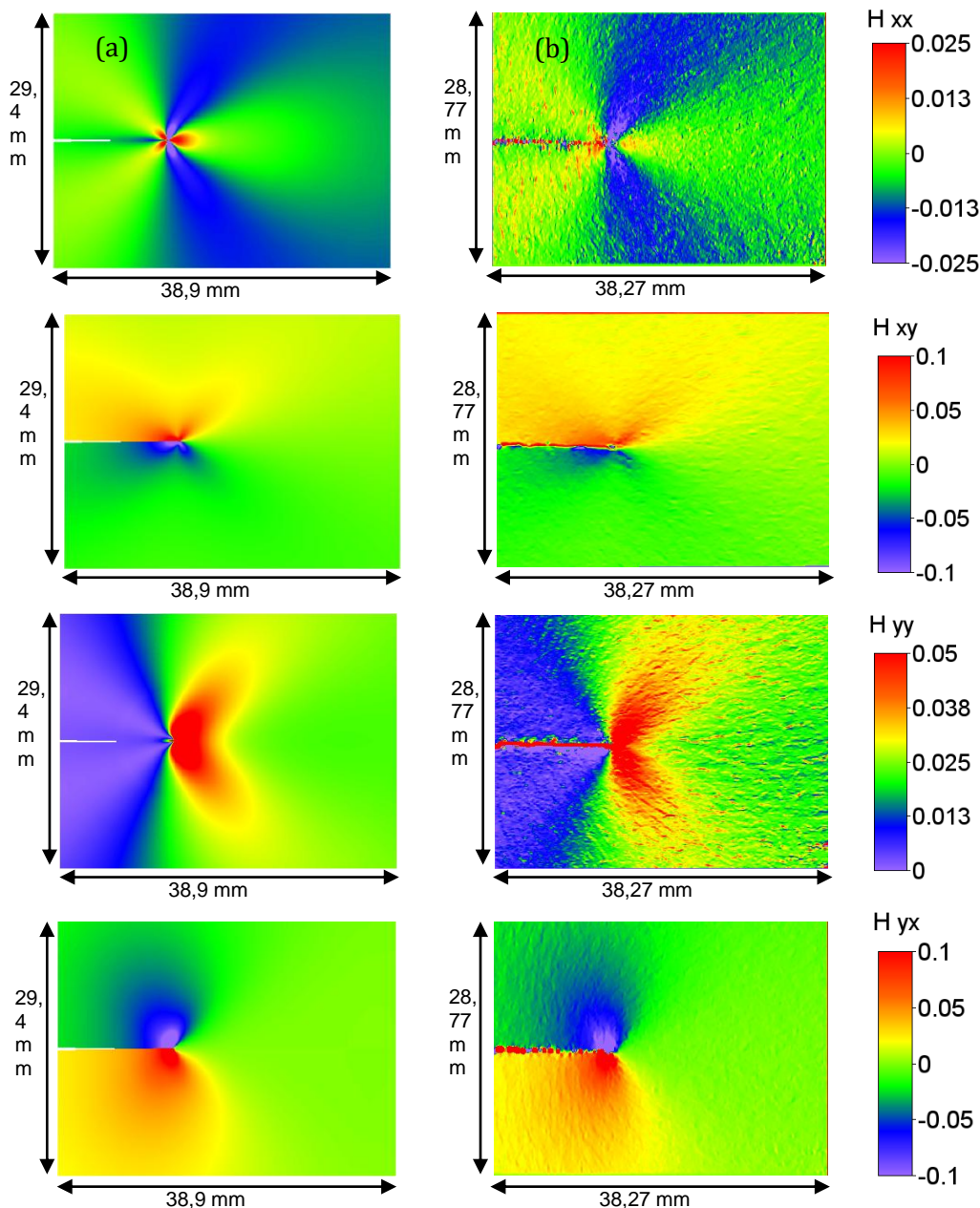


Figure 1 : Champs de gradients de déplacement ($H_{xx}(x,y)$, $H_{xy}(x,y)$, $H_{yy}(x,y)$, $H_{yx}(x,y)$) obtenus à partir du modèle numérique (a) et de l'essai expérimental (b) et (depl. imp.=2.33mm).

Les expressions de Williams [19] indiquent que les contraintes élastiques tendent vers l'infini à $r=0$ (pointe de fissure), donc les valeurs théoriques proches de la pointe de fissure dépassent la contrainte (σ_0) des matériaux et entraînent une zone plastique. La forme et la taille de la région plastique sera

déterminée comme étant celle pour laquelle la contrainte équivalente 3D σ_{eq}^{3D} (contrainte équivalente Von Mises) est égale ou supérieure à la contrainte (σ_0) du matériau considéré [2].

$$\sigma_{eq}^{3D} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{xz}^2 + \sigma_{yz}^2)} \quad \text{éq.1}$$

avec σ_{ij} = contraintes ($i,j=x,y$)

Comme les données expérimentales mesurées sont les gradients de déplacement, la forme et la taille de la région plastique sera déterminée comme étant celles de la région pour laquelle la déformation équivalente 3D ε_{eq}^{3D} (déformation équivalente de Von Mises) est égale ou supérieure à la déformation (ε_0) du matériau considéré.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{eq}^{3D} &= \sqrt{\frac{2}{3} d\varepsilon_{ij} : d\varepsilon_{ij}} \quad \text{éq.2} \\ &= \frac{2}{3} \sqrt{H_{xx}^2 + H_{yy}^2 + H_{zz}^2 - H_{xx}H_{yy} - H_{xx}H_{zz} - H_{zz}H_{yy} + \frac{3}{4}((H_{xy} + H_{yx})^2 + (H_{xz} + H_{zx})^2 + (H_{yz} + H_{zy})^2)} \end{aligned}$$

avec H_{ij} = gradients de déplacement ($i,j=x,y,z$)

Dans le cas de mesures planes, l'expression de la déformation équivalente 2D ε_{eq}^{2D} se réduit à :

$$\varepsilon_{eq}^{2D} = \frac{2}{3} \sqrt{H_{xx}^2 + H_{yy}^2 - H_{xx}H_{yy} + \frac{3}{4}((H_{xy} + H_{yx})^2)} \quad \text{éq.3}$$

Dans la littérature, d'autres expressions sont employées pour estimer la taille de la zone plastique. Nous avons choisi d'utiliser le critère de Von Mises ($R_{p-VonMises}$) et le critère de Tresca ($R_{p-Tresca}$) dans le cas de contraintes planes [20]. R_p correspond à la distance radiale entre la pointe de fissure et la frontière entre les parties élastique et plastique.

$$R_{p-VonMises} = \frac{K_I^2}{4\pi\sigma_0^2} \left(1 + \cos(\theta) + \frac{3}{2} \sin^2 \theta \right) \quad \text{éq.4}$$

$$R_{p-Tresca} = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_0^2} \left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \right)^2 \quad \text{éq.5}$$

La figure 2.a présente les frontières des zones plastiques obtenues à partir de données expérimentales (H-DIC) ($\varepsilon_{eq}^{2D-exp}$), du modèle numérique ($\varepsilon_{eq}^{2D-num}$) et des expressions de R_p (éqs. 4 et 5). Pour $\varepsilon_{eq}^{2D-exp}$ et $\varepsilon_{eq}^{2D-num}$, seuls les gradients de déplacements plans (H_{xx} , H_{xy} , H_{yx} , H_{yy}) de la surface externe ($z=t/2$) ont été utilisés (éq.3). La surface externe (surface normale au front de fissure) du modèle EF correspond à la surface analysée en CIN. Les autres composantes des gradients de déplacements (H_{xz-num} , H_{yz-num} , H_{zx-num} , H_{zy-num} , H_{zz-num}) n'ont pas été utilisé pour le calcul de la contrainte équivalente 2D numérique ($\varepsilon_{eq}^{2D-num}$). Nous pouvons observer une très bonne correspondance entre $\varepsilon_{eq}^{2D-exp}$ et $\varepsilon_{eq}^{2D-num}$. Toutefois la présence d'un bruit de mesure expérimentale sur les champs de déplacement est amplifiée lors du calcul des gradients de déplacements par différences finies. Ce bruit est de nouveau amplifié lors du calcul de la déformation équivalente $\varepsilon_{eq}^{2D-exp}$ (produits de gradients ; voir éq.3). De plus, des différences significatives sont observées avec les critères de Von Mises ($R_{p-VonMises}$) et de Tresca ($R_{p-Tresca}$), surtout en amont du front de fissure (figure 2.b). Ces différences peuvent être expliquées par des mesures surfaciques et donc le caractère tridimensionnel observé par d'autres

auteurs (effets 3D ; [17] [18]) n'est pas ou peu pris en compte dans l'équation 3. Pour quantifier l'influence de ces effets 3D, la forme et la taille de la zone plastique a été quantifiée au moyen des 9 composantes des gradients de déplacements numériques (éq.2) et comparée aux expressions de la littérature (éqs.4 et 5). Sur la surface externe, les zones plastiques mesurées à partir de la contrainte équivalente de Von Mises σ_{eq}^{3D} et de la déformation équivalente de Von Mises ε_{eq}^{3D} sont similaires et très proches du critère de Tresca ($R_{p-Tresca}$). De plus, une importante différence est observée avec $\varepsilon_{eq}^{2D-exp}$ (figure 2.b), confirmant le caractère tridimensionnel proche de la pointe de fissure. De plus, la zone plastique obtenue à partir de données surfaciques (expérimentales ou numériques) tend à sous-estimer son étendue surtout en amont de la fissure.

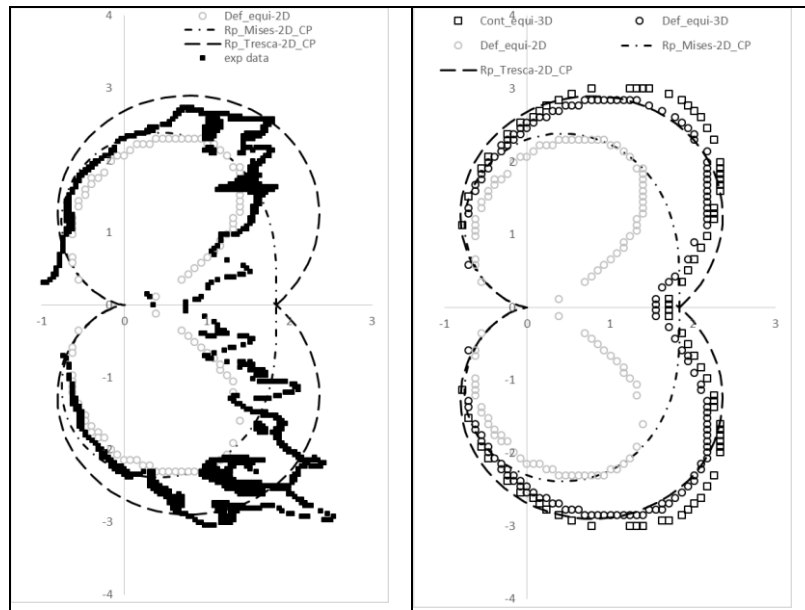


Figure 2 : (a) Frontières des zones plastiques expérimentale (exp data), numérique (def_eqi-2D (éq.3)), théoriques $R_{p-VonMises}$ (éq.4), $R_{p-Tresca}$ (éq.5). (b) Frontières des zones plastiques numériques (def_eqi-3D (éq.2) ; cont_eqi-3D (éq.1) ; def_eqi-2D (éq.3)) et théoriques $R_{p-VonMises}$ (éq.4), $R_{p-Tresca}$ (éq.5).

4 Conclusions et perspectives

En conséquence pour une bonne caractérisation de la taille et de la forme de la zone plastique entourant la pointe de fissure, la mesure du tenseur 3D gradients de déplacements est nécessaire, ce qui oblige (i) à développer des modèles 3D EF lorsque la mesure expérimentale est surfacique ou (ii) à calculer le tenseur gradient de déplacements via des mesures expérimentales volumiques.

Références

- [1] Valle, V., Hédan, S., Cosenza P., Fauchille A-L, Digital Image Correlation development for the study of materials including multiple crossing cracks; *Experimental Mechanics*55(2) (2015) 379-391.
- [2] Xin, Gao, Wang Hangong, Kang Xingwu, Jiang Liangzhou., Analytic solutions to crack tip plastic zone under various loading conditions, *European Journal of Mechanics-A/Solids*29 (2010) 738-45.
- [3] Irwin, G.R., Plastic zone near a crack and fracture toughness. In *Proceedings of the 7th Saga More Ordnance Materials Conference*, New York, (1960). 63-78.
- [4] Dugdale, D.S., Yielding of steel sheets containing slits. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*8 (1960) 100-106,

- [5] Bay B, Smith T, Fyhrie D, Saad M., Digital volume correlation: three-dimensional strain mapping using x-ray tomography. *Experimental Mechanics*39 (1999) 217–226
- [6] Lenoir, N., Bornert, M., Desrues, J., Bésuelle, P., Viggiani, G. Volumetric digital image correlation applied to X-ray microtomography images from triaxial compression tests on argillaceous rock, *Strain*43 (2007) 193-205.
- [7] Verhulp E, Van Rietbergen B, Huiskes R, A three dimensional digital image correlation technique for strain measurements in microstructures. *Journal of Biomechanics* 37 (2004) 1313–1320.
- [8] Réthoré J., Tinnes J-P., Roux S. Buffière J-Y., Hild F., Extended three-dimensional digital image correlation (X3D-DIC). *Comptes rendus de mécanique*336 (2008) 643–649.
- [9] Brault R., Germaneau A., Dupré J-C., Doumalin P., Mistou S., Fazzini M., In-situ Analysis of Laminated Composite Materials by X-ray Micro-Computed Tomography and Digital Volume Correlation. *Experimental Mechanics*53 (2013) 1143–1151.
- [10] Germaneau, A., Doumalin, P., Dupré, J.C. Full 3D Measurement of Strain Field by Scattered Light for Analysis of Structures, *Experimental Mechanics*47 (2007) 523-532.
- [11] Rosakis A. J., Ravi-Chandar K., On crack-tip stress state: An experimental evaluation of three-dimensional effects. *International Journal of Solids and Structures*22 (1986) 121–134.
- [12] Sutton MA., WJ Wolters W J., WH Peters W H., WF Ranson W F., McNeill SR. Determination of displacements using an improved digital correlation method. *Image and Vision Computing*1(3) (1983) 133-139
- [13] Hedan, S., Fauchille A-L., Valle, V., Cabrera J., Cosenza P. One-year monitoring of desiccation cracks at Tournemire experimental station using Digital Image Correlation. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*68 (2014) 22–35.
- [14] Jin H., Bruck H.A., Pointwise digital image correlation using genetic algorithms, *Experimental Technique*291 (2005) 36–39
- [15] Grégoire D., Maigre H., Mrestin F., New experimental technique for dynamic crack localization. *European Journal of computational mechanics*18 (2009) 255–283.
- [16] Allais, L., Bornert, M., Bretheau, T., Caldemaison, D. Experimental characterization of the local strain field in a heterogeneous elastoplastic materials, *Acta Metallurgica Materialia*42 (1994) 3865–80.
- [17] Nakamura T., Parks D. M., Three-dimensional stress field near the crack front of a thin elastic plate. *Journal of Applied Mechanics* 55 (1988) 805-813.
- [18] Humbert L., Valle V., and Cottron M., Experimental determination and empirical representation of out-of-plane displacements in a cracked elastic plate loaded in mode I. *International Journal of Solids and Structures*37 (2000) 5493–5504.
- [19] Xiao, Q. Z., B. L. Karihaloo, X. Y. Liu, Direct Determination of SIF and Higher Order Terms of Mixed Mode Cracks by a Hybrid Crack Element. *International Journal of Fracture*125 (2004) 207-25.
- [20] Tay T.E., Yap C.M., Tay C. J., Crack tip and notch tip plastic zone measurement by the laser speckle technique. *Engineering. Fracture Mechanics*55 (1995) 879-893