

Etude du transfert thermique dans un réacteur-échangeur à écoulement laminaire.

M. CREYSSELS, M. ORLOV, C. WANG, C. NICOT, X. ESCRIVA

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, Université Claude Bernard Lyon 1, Ecole centrale de Lyon 36, av. Guy de Collongues, 69134 Ecully

Résumé :

Les réacteurs-échangeurs micro-fluidiques permettent d'effectuer des réactions chimiques complexes sur des échantillons de taille réduite et d'analyser rapidement les produits obtenus. Le contrôle de la réaction chimique nécessite la maîtrise de deux processus fondamentaux : le mélange optimal des réactifs et le contrôle de la température en tout point du réacteur. En micro-fluidique, le mélange peut être assuré par le phénomène physique d'advection chaotique. Notre équipe a développé un mélangeur chaotique statique appelé "MLLM" (Multi-Level Laminating Mixer) qui approche au plus près la transformation du boulanger permettant ainsi un mélange efficace [1, 2, 3]. La présente étude vise à montrer la pertinence de ce dispositif utilisé comme un échangeur thermique pour des fluides, des débits et des tailles de canaux correspondant à ceux présents dans les micro-réacteurs fluidiques. Des mesures expérimentales de l'efficacité thermique du MLLM ont été réalisées en employant de l'eau et des mélanges d'eau et de glycérol. Des simulations numériques de l'écoulement au sein du mélangeur-échangeur ont également été menées (code OpenFOAM [4]) et les résultats obtenus sont directement comparés aux résultats expérimentaux. Enfin, une comparaison directe de l'efficacité thermique avec le cas théorique du tube droit de Graetz ([5]) est présentée.

Abstract :

Microfluidic reactors offer many advantages over conventional scale reactors, including the use of small volumes of reactants, a much finer degree of process control or else a quick analysis of the obtained products. But the control of the chemical reaction needs to master the two following fundamental processes : mixing the reactants and controlling the temperature everywhere in the microfluidic reactor. As now well recognized, for microfluidic applications, the chaotic advection mechanism is the means to obtain persistent homogenization. Our research team has developed a chaotic mixer known as "MLLM" (Multi-Level Laminating Mixer), based on a three-dimensional implementation of the baker's map concept [1, 2, 3]. The goal of this study is to show the practical relevance of the MLLM used as a heat exchanger with the similar fluids and conditions than the ones observed in microfluidic devices. The thermal efficiency of the MLLM was measured experimentally using both water and water/glycerine as the working fluid. Besides, numerical simulations of the flow inside the MLLM were performed using the OpenFOAM code [4]. These two approaches are complementary and were tested against each other. The results are also compared to the analytical values obtained from the straight tube of Graetz ([5]).

Mots clefs : Micro-fluidique, Advection chaotique, Échangeur thermique, Tourbillons de Dean.

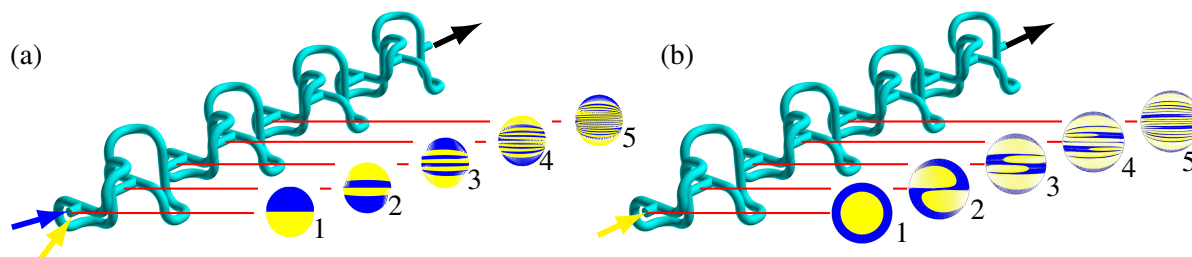


FIGURE 1 – Schémas du MLLM et principes de fonctionnement. (a) Fonctionnement en tant que mélangeur. Deux fluides (par exemple deux réactifs : un jaune et un bleu) sont introduits en entrée. L'image (1) montre le champ de concentration en entrée du MLLM. La deuxième image (2) représente ce même champ obtenu après le premier élément. Deux couches de réactif jaune se sont interposées entre deux couches de réactif bleu. L'image (3) présente le champ de concentration obtenu après le passage dans deux éléments. 4 couches de réactif bleu se sont interposées entre 4 couches de réactif jaune. Après 3 éléments, nous observons 16 couches et puis 32 couches après 4 éléments. (b) Fonctionnement en tant qu'échangeur thermique. Un fluide chaud entre dans le MLLM dont les parois sont froides (ici, le système qui maintient la température des parois constante n'est pas représenté). L'image (1) montre le champ de température en entrée du MLLM, le fluide placé au centre du tube est chaud (en jaune) tandis que celui près des parois est froid (en bleu). L'image (2) représente le champ de température obtenu après le premier élément. Par rapport à l'état du fluide en entrée, nous voyons que du fluide froid a été amené vers le centre du tube et du fluide chaud vers les parois. L'image (3) présente le champ de température obtenu après le passage dans deux éléments. Et ainsi de suite ...

Introduction

La micro-fluidique connaît un grand essor ces dernières années en génie-chimique et génie-biologique mais la miniaturisation impose de nouvelles contraintes sur les systèmes fluidiques : les faibles débits entraînent des écoulements qui rendent par exemple le processus de mélange difficile. Dans ces conditions, l'advection chaotique est un mécanisme reconnu comme efficace afin de mélanger les fluides circulant dans de petits canaux [6, 7, 8, 9]. Un certain nombre de dispositifs techniques permettent de réaliser un mélange chaotique pour des écoulements laminaires [6, 10, 11, 12, 13], cependant, nous ne nous intéresserons ici qu'aux mélangeurs chaotiques dits statiques, c'est à dire sans pièce en mouvement ; le mélange chaotique est alors une conséquence de la géométrie très particulière des canaux dans lesquels circule le fluide. De tels mélangeurs ont été construits et ont permis une validation expérimentale de l'analyse théorique de [1] prédisant une grande efficacité du mélange dans ces systèmes. De plus, les applications potentielles des mélangeurs chaotiques statiques ne se limitent pas à la micro-fluidique puisqu'il existe un très grand nombre de situations pour lesquelles le débit du fluide ne peut pas être suffisant afin d'observer un écoulement turbulent générateur de mélange. Par exemple, lorsque le fluide employé est très visqueux ou lorsque la réaction chimique est très lente et nécessite un débit faible, l'écoulement reste laminaire même pour des canaux de taille centimétrique. Le MLLM (Multi-Level Laminating Mixer, [1]) est un mélangeur qui approche au plus près la transformation du boulanger. Il est formé par la succession d'un certain nombre d'éléments de base (voir figure 1) constitués de tubes et de coudes. Le fonctionnement de chaque élément est le suivant : le fluide est d'abord séparé en deux flux puis recombinaé en sortie de façon à obtenir un grand mélange entre les deux fluides à mélanger (voir Fig. 1a). Chaque élément permet de diviser par deux la distance caractéristique sur laquelle la diffusion moléculaire doit agir afin d'homogénéiser totalement la composition du fluide dans une section droite du tube. Il s'agit donc d'un processus très efficace puisqu'au bout de n éléments, cette distance caractéristique est divisé par 2^n .

La plupart des réactions chimiques ou biologiques nécessitent également un contrôle précis de la tempé-

rature du fluide. En effet, l'énergie produite au sein du système fluidique doit être évacuée vers l'extérieur dans le cas d'une réaction chimique exothermique. Il se trouve que les écoulements laminaires sont non seulement peu enclins à favoriser le mélange mais ils sont également peu efficaces pour le transfert thermique latéral, du centre du tube vers les parois. Les échangeurs thermiques sont en effet conçus et utilisés dans la très grande majorité des cas avec des écoulements turbulents présentant des fluctuations de vitesse garantissant un bon transfert thermique. Dans le cas d'écoulements laminaires et par analogie avec le mélange, [14, 15, 16] ont proposé que le transfert thermique pourrait être augmenté en introduisant un processus d'advection chaotique au sein du tube contenant le fluide. Le but de cette étude est de quantifier l'efficacité thermique du "MLLM" pris comme un échangeur thermique [3]. En particulier, une comparaison directe avec le tube droit de Graetz [5] sera réalisée.

Le fonctionnement de chaque élément est le suivant (voir Fig 1b) : le fluide est d'abord séparé en deux flux puis recombinaé en sortie de façon à obtenir un grand mélange entre le fluide chaud qui était au centre du tube et le fluide froid placé près des parois en entrée. Il s'agit bien entendu du cas où le fluide circulant à l'intérieur est chaud et les parois du mélangeur sont plus froides afin de le refroidir. Cet échangeur peut également fonctionner pour le chauffage d'un fluide froid avec la même efficacité thermique. Chaque élément permet donc de diviser par deux la distance caractéristique sur laquelle la diffusion thermique doit agir afin d'homogénéiser totalement la température du fluide dans une section droite du tube (Fig. 1b). Au bout de n éléments, cette distance caractéristique est divisé par 2^n .

Le fonctionnement du MLLM décrit précédemment et illustré sur la figure 1 est bien entendu un fonctionnement idéal ou théorique et qui ne correspond pas forcément à celui d'un MLLM expérimental car un grand nombre de phénomènes physiques non discutés jusqu'à présent peuvent intervenir, aussi bien dans le sens d'une amélioration ou d'une réduction du transfert thermique. Par exemple, des tourbillons de Dean ([17]) peuvent apparaître au niveau des coudes et sont eux-mêmes générateurs d'advection chaotique ([13]) et pourraient augmenter l'efficacité thermique ([15]). Pour des différences de température élevées, le phénomène de convection naturelle apparaît, sans doute favorable également au transfert thermique. En résumé, l'écoulement de fluide et le couplage vitesse/température sont complexes, même dans un tube, et donc la mesure expérimentale de l'efficacité d'un échangeur représente toujours des enjeux technique et scientifique majeurs. C'est également pour cette raison qu'en parallèle d'une étude expérimentale du MLLM, nous avons simulé numériquement l'écoulement et l'évolution de la température au sein de l'échangeur.

Le dispositif expérimental

Les expériences ont été réalisées à l'aide d'un MLLM de taille centimétrique car la construction d'un MLLM à l'échelle microfluidique est difficile et de plus les mesures de température et de flux thermique sont plus fiables à l'échelle centimétrique. Cependant, nous présenterons l'efficacité thermique du MLLM à l'aide d'un nombre sans dimension (le Nusselt) en fonction du nombre de Péclet. Ainsi, les résultats obtenus avec ce MLLM centimétrique peuvent être étendus à l'échelle microfluidique.

Le mélangeur chaotique statique a été fabriqué en assemblant par soudure des tubes, des coudes et des té en cuivre de diamètre intérieur $d_h = 10\text{mm}$ et d'épaisseur 1mm (voir figure 2 gauche). La longueur développée d'un élément est égale à $L = 35\text{cm}$. Un bain thermostaté permet d'élever la température du fluide à tester (la température d'entrée varie entre 40 et 80°C). Le débit est ajusté grossièrement par l'intermédiaire d'une vanne. Afin d'obtenir une mesure de débit avec une précision supérieure à un pour mille, le fluide est directement pesée en sortie du MLLM à l'aide d'une balance dont l'incertitude est

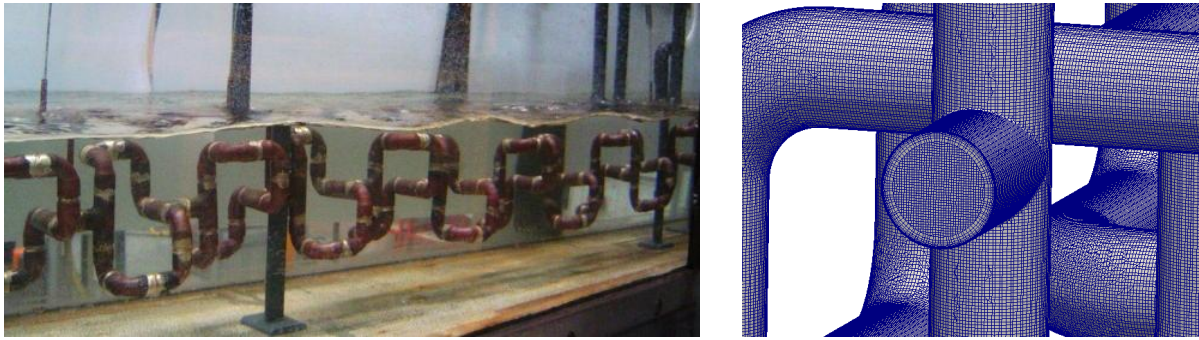


FIGURE 2 – A gauche : photographie du dispositif expérimental comprenant le MLLM formé par des tubes, coudes et tés en cuivre et placé dans un canal à eau froide. Non représentés ici : un bain thermostaté qui permet de chauffer le fluide circulant à l'intérieur du MLLM et une balance afin d'obtenir une mesure de débit très précise. Les mesures de température sont obtenus par des thermocouples reliés à une carte d'acquisition de données Ni-Daq. A droite : MLLM numérique, représentation du maillage.

inférieure au gramme. Il suffit alors de peser une grande quantité de fluide pour obtenir une mesure de débit très fiable nécessaire à une mesure précise de l'efficacité thermique du MLLM. Les fluides testés ici sont l'eau et des mélanges eau/glycérol. Le MLLM est placé dans un canal dans lequel de l'eau froide ($T_0 \approx 20^\circ\text{C}$) circule à grande vitesse afin de maintenir la température des parois en cuivre à température constante et égale à celle de l'eau froide du canal. Le volume total d'eau du canal est largement suffisant ($>1\text{m}^3$) pour que l'augmentation de sa température soit négligeable au cours du temps malgré l'apport d'énergie du MLLM.

Les températures sont mesurées par des thermocouples de type K chemisés de diamètre 1.5 mm, insérés dans le tube en cuivre et placés au milieu de celui-ci, au cœur de l'écoulement intérieur de fluide chaud. Le premier thermocouple fournit la température d'entrée du MLLM (T_1) et également du premier élément. Le deuxième thermocouple est placé entre les premier et deuxième éléments, à mi-distance entre les deux tés, et indique la température de sortie du premier élément (T_2) qui se trouve être également la température d'entrée du second élément. Et ainsi de suite pour les autres thermocouples, chacun étant placé entre deux éléments. Des thermocouples du même type sont également utilisés pour mesurer la température de l'eau froide extérieure (T_0) et donc de la paroi du MLLM supposée constante. Les températures du fluide intérieur sont mesurées au centre des tubes et il n'est pas évident que la température au centre soit un bon indicateur de la température dite de mélange qui est une température moyennée sur une section de tube et pondérée par le profil de vitesse. La température de mélange est très difficile à obtenir expérimentalement puisqu'il est nécessaire, soit de mesurer entièrement les profils de température et de vitesse sur une section du tube, soit de prélever le fluide, l'homogénéiser sans lui fournir de l'énergie (adiabatique) puis mesurer sa température. Il s'agit dans les deux cas de processus complexes amenant certainement à des incertitudes de mesure non négligeables. Pourtant, seule la température de mélange représente l'énergie thermique totale véhiculée par le fluide et son évolution est caractéristique de l'efficacité de l'échangeur. C'est l'une des raisons pour lesquelles une étude numérique du MLLM a été réalisée afin de comparer directement les valeurs prises par les températures au centre et celle dite de mélange.

Simulations numériques du MLLM

Le code volumes finis *OpenFOAM* [4] est utilisé pour la simulation numérique de la dynamique de l'écoulement et le transfert thermique couplé au sein du dispositif MLLM. A cet effet, les équations de Navier-Stokes et l'équation de la thermique sont résolues dans le contexte des hypothèses d'incompressibilité, stationnarité et sans effet de flotabilité (gravité négligée). Les propriétés thermomécaniques du fluide (ρ , μ , C_p , λ) sont variables, dépendantes de la température locale. L'algorithme de résolution pour la recherche de la solution convergée (résidues $< 10^{-6}$) est la méthode SIMPLE. Les conditions aux limites sont respectivement : dans la section d'entrée, un profil de vitesse parabolique (solution de Poiseuille), calculé à partir du débit mesuré expérimentalement, et un profil de température uniforme (mesuré expérimentalement) sont imposées. Sur la paroi solide, la température constante, correspondante à celle mesurée expérimentalement, est imposée. Enfin en condition de sortie, une condition d'écoulement établi avec une condition de Neuman selon la normale à la sortie, est imposée sur le champ de température et vitesse.

Le maillage est de type cubique non-conforme dans la partie centrale du plenum. En proche paroi, plusieurs couches de cellules hexahédrique sont générées par extrusion selon le rayon (12 couches non-uniformes sur une épaisseur totale de $0.1d_h$ avec $0.03d_h$ d'épaisseur pour la douzaine couche) pour une meilleure résolution des couches limites. Une validation préalable du code et de la résolution du maillage a d'abord été réalisé sur le problème du tube de Graetz (d'une longueur de $20d_h$). Puis une étude de convergence de maillage a été effectuée sur le dispositif MLLM avec respectivement : 0.86M, 1.76M, 3.03M de cellules par élément MLLM. Les maillages sont générés grâce à l'outil *SnappyHexMesh* de prétraitement d'*OpenFOAM*. L'étude a montré que la convergence de maillage sur la mesure du nombre de Nusselt global est atteinte à partir de 3.03M/élément (voir figure 2 droite). Ce maillage a été retenu pour les résultats présentés. Les calculs ont été réalisés sur les moyens de calcul parallèle du laboratoire : les simulations convergées sont restituées en 25 heures pour le maillage de 3.03M par élément sur 32 processeurs *Haswell* 2.6 Ghz du cluster *Dell C6320*.

Résultats expérimentaux et numériques

L'efficacité thermique de chaque élément du MLLM est représentée par le nombre de Nusselt moyen entre l'entrée et la sortie de cet élément :

$$\text{Nu}_i = \frac{\text{Pe } d_h}{4L} \ln \left(\frac{T_i - T_0}{T_{i+1} - T_0} \right), \quad (1)$$

avec, respectivement, T_i et T_{i+1} les températures d'entrée et de sortie. Le nombre de Péclet est défini de la manière suivante : $\text{Pe} = \bar{V} d_h / \kappa$, avec \bar{V} la vitesse moyenne de l'écoulement et κ la diffusivité thermique du fluide intérieur utilisé. Nu est tracé sur la figure 3 en fonction du Péclet pour les deux premiers éléments du MLLM, et avec de l'eau comme fluide intérieur utilisé. Nous observons aussi bien pour le premier élément du MLLM que pour le second élément un bon accord entre le Nusselt expérimental et celui obtenu par la simulation numérique. De plus, l'efficacité du MLLM reste constante : le Nusselt du second élément est égal (pour le numérique) ou même supérieur (pour la mesure expérimentale) à celui du premier élément. Nous avons pu également mesurer les Nusselts expérimentaux pour les troisième, quatrième et cinquième éléments du MLLM et nous avons aussi observé des valeurs très proches de celles du premier élément. Il s'agit d'un comportement thermique du MLLM bien différent de celui

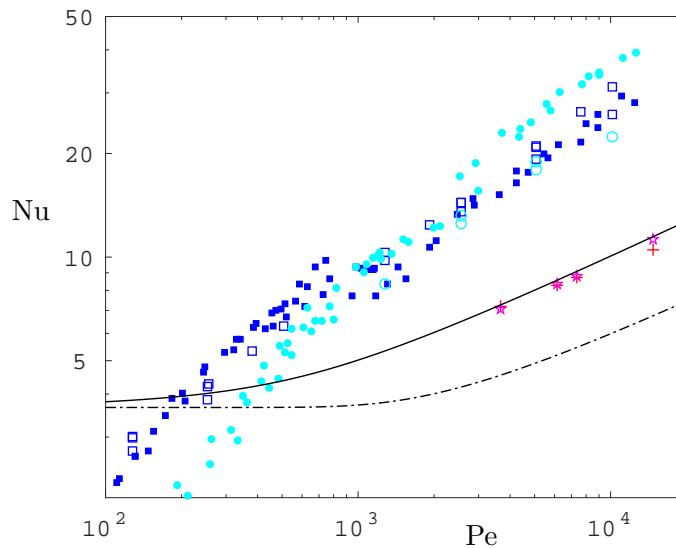


FIGURE 3 – Résultats expérimentaux et numériques. Nombre de Nusselt pour les 2 premiers éléments en fonction du nombre de Péclet. 1^{er} élément (eau) : expériences (petits carrés bleus pleins), simulations numériques (grands carrés). 2^{ième} élément (eau) : expériences (petits disques), simulations numériques (grands cercles). Mélange eau-glycérol : 1^{er} élément (plus), 2^{ième} élément (étoiles). Modèle théorique de Graetz : 1^{er} élément (ligne continue), 2^{ième} élément (ligne discontinue).

observé pour un tube droit (Graetz [5]) pour lequel l'efficacité thermique décroît très rapidement avec la distance à l'entrée. La figure 3 présente également la solution de Graetz pour un tube de longueur L (ligne continue) et le Nusselt pour la deuxième partie d'un tube de longueur $2L$ (ligne discontinue).

Ainsi, grâce aux phénomènes de séparation puis de recombinaison de l'écoulement au niveau des "T", l'advection chaotique permet d'amener du fluide chaud présent au cœur de l'écoulement vers les parois froides pour transférer son énergie et être refroidi. Le fonctionnement thermique de chaque élément n'est pas perturbé par l'élément précédent de sorte que tous les éléments sont efficaces pour faire chuter la température moyenne du fluide. Une augmentation de la longueur de l'échangeur permet d'augmenter le transfert thermique à efficacité constante, le transfert thermique par unité de longueur ne diminuant pas avec la distance à l'entrée. En revanche, cet effet recherché dans le MLLM de séparation et de recombinaison de l'écoulement de fluide ne permet pas d'expliquer, pour le premier élément du MLLM, une efficacité du transfert thermique bien plus élevée que pour un tube de Graetz de même longueur développé ($L = 35\text{cm}$). Lorsque le nombre de Reynolds de l'écoulement interne au mélangeur devient significatif, un second mécanisme, lui-même générateur d'advection chaotique, doit être pris en compte, notamment pour le premier élément. En effet, chaque branche de l'élément est constituée de quatre coudes alternés, auxquels il convient d'ajouter les deux "T" entrant et sortant. Or l'apparition naturelle d'un écoulement secondaire sous la forme de tourbillons de Dean [17, 18] dans le plan perpendiculaire à l'écoulement principal, associée à des permutations successives de ce plan dans différentes directions spatiales conduit à des trajectoires chaotiques, au moins dans une certaine partie du domaine fluide [13, 19].

Les simulations numériques effectuées avec un mélange eau/glycérol (75% en masse de glycérol) montrent que les tourbillons de Dean sont beaucoup moins présents dans ce cas. En effet, pour le premier élément, les valeurs de Nusselt obtenues pour le MLLM sont alors très similaires à celles du tube droit de Graetz (voir Fig. 3). En revanche, le premier effet chaotique recherché (la transformation du boulanger) reste efficace puisque l'efficacité du deuxième élément n'est pas diminuée par rapport au premier élément,

contrairement au cas du tube droit.

Conclusions

Nous avons présenté dans cet article les propriétés thermiques d'un échangeur construit à partir d'un mélangeur chaotique statique. Même si les expériences ont été réalisées avec un modèle à échelle centimétrique, les résultats obtenus peuvent s'appliquer aux échangeurs-réacteurs microfluidiques car les nombres de Péclet et de Reynolds explorés sont relativement faibles.

Les résultats expérimentaux et numériques montrent que cet échangeur est bien plus efficace que le tube droit de Graetz lorsque la turbulence est absente, c'est à dire à bas nombre de Reynolds. Nous avons donné deux explications à cette augmentation du transfert thermique. Premièrement, l'échangeur est constitué d'une succession d'éléments individuels entre lesquels le fluide est d'abord séparé en deux parties puis recombinaison au niveau de deux "T". Cette recombinaison est optimale pour mélanger le fluide sans turbulence et permettre ainsi de ramener du fluide chaud vers la paroi froide du mélangeur. Nous avons observé que le transfert thermique ne diminue pas lorsque l'on s'éloigne de l'entrée de l'échangeur puisque tous les éléments semblent être aussi efficaces thermiquement. C'est une différence majeure avec le tube droit de Graetz pour lequel le nombre de Nusselt diminue très rapidement avec la distance à l'entrée du tube. Un deuxième effet a également été observé. Il semble que même pour un échangeur avec un seul élément le transfert thermique soit plus efficace que pour le tube droit de Graetz. On attribue cette augmentation du Nusselt à l'apparition de tourbillons de Dean dans les coudes qui engendrent un second phénomène d'advection chaotique favorable au mélange du fluide circulant à l'intérieur de l'échangeur. Cependant, cet effet devient beaucoup plus faible dans le cas du mélange eau/glycérol pour lequel la viscosité est plus grande et donc l'écoulement est caractérisé par un nombre de Reynolds plus petit.

Remerciements

Les auteurs remercient le pôle de Modélisation et de Calcul en Sciences de l'Ingénieur et de l'Information de l'Ecole centrale de Lyon.

Références

- [1] Ph. Carrière, On a three-dimensional implementation of the baker's map, *Phys. Fluids* 19 (2007) 118110.
- [2] Y. Liao, J. X. Song, E. Li, Y. Luo, Y. L. Shen, D. P. Chen, Y. Cheng, Z. Z. Xu, K. Sugioka, K. Midorikawa, Rapid prototyping of three-dimensional microfluidic mixers in glass by femtosecond laser direct writing, *Lab on Chip* 49 (4) (2012) 746–749.
- [3] M. Creyssels, S. Prigent, Y. Zhou, X. Jianjin, C. Nicot, P. Carrière, Laminar heat transfer in the mllm static mixer, *Int. J. Heat Mass Transf.* 81 (2015) 774–783.
- [4] OpenFOAM, www.openfoam.org.
- [5] L. Graetz, Ueber die Wärmeleitungsfähigkeit von Flüssigkeiten, *Annalen der Physik und Chemie* 18 (1883) 79.
- [6] H. Aref, Stirring by chaotic advection, *J. Fluid Mech.* 143 (1984) 1–21.

- [7] V. Toussaint, Ph. Carrière, F. Raynal, A numerical Eulerian approach to mixing by chaotic advection, *Phys. Fluids* 7 (1995) 2587–2600.
- [8] V. Toussaint, Ph. Carrière, Diffusive cut-off of fractal surfaces in chaotic mixing, *Int. J. Bif. Chaos* 9 (3) (1999) 443–454.
- [9] X. Z. Tang, A. Boozer, A Lagrangian analysis of advection-diffusion equation for a three dimensional chaotic flow, *Phys. Fluids* 11 (6) (1999) 1418–1434.
- [10] H. Aref, S. Balachandar, Chaotic advection in a Stokes flow, *Phys. Fluids* 29 (11) (1986) 3515–3521.
- [11] J. Chaiken, R. Chevray, M. Tabor, Q. Tan, Experimental study of Lagrangian turbulence in a Stokes flow, *Proc. R. Soc. Lond. A* 408 (1986) 165–174.
- [12] W. L. Chien, H. Rising, J. Ottino, Laminar mixing and chaotic mixing in several cavity flows, *J. Fluid Mech.* 170 (1986) 355–377.
- [13] S. Jones, O. Thomas, H. Aref, Chaotic advection by laminar flow in a twisted pipe, *J. Fluid Mech* 209 (1989) 335–357.
- [14] A. Mokrani, C. Castelain, H. Peerhossaini, The effects of chaotic advection on heat transfer, *Int. J. Heat Mass Transfer* 40 (13) (1997) 3089–3104.
- [15] C. Chagny, C. Castelain, H. Peerhossaini, Chaotic heat transfer for heat exchanger design and comparison with a regular regime for a large range of reynolds numbers, *Appl. Therm. Eng.* 20 (2000) 1615–1648.
- [16] V. Kumar, S. Saini, M. Sharma, K. D. P. Nigam, Pressure drop and heat transfer study in tube-in-tube helical heat exchanger, *Chem. Eng. Sci.* 61 (2006) 4404–4416.
- [17] W. R. Dean, Note on the motion of fluid in a curved pipe, *Phil. Mag.* 4 (20) (1927) 208–223.
- [18] S. A. Berger, L. Talbot, L.-S. Yao, Flow in curved pipes, *Ann. Rev. Fluid Mech.* 15 (1983) 461–512.
- [19] C. Castelain, D. Berger, P. Legentilhomme, A. Mokrani, H. Peerhossaini, Experimental and numerical characterisation of mixing in a steady spatially chaotic flow by means of residence time distribution measurements, *Int. J. Heat Mass Transfer* 43 (2000) 3687–3700.