

Etude tridimensionnelle de l'instabilité thermo-convective dans un bain HEM de silicium

F. HADDAD^a, F. MOKHTARI^a, S. KADDECHE^b

^a Laboratoire de Thermodynamique et des Systèmes Energétiques (LTSE), Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene. BP 32 El Alia, Bab Ezzouar, Alger, Algérie

fadipika@yahoo.fr, faiza_mokhtari@yahoo.fr

^b Laboratoire de Recherche Matériaux, Mesures et Applications, LR 11 ES 25, Institut National des Sciences Appliquées et de Technologie (INSAT), Université de Carthage, B.P 676, 1080 Tunis Cedex, Tunisie

slimkaddeche@yahoo.fr

Résumé :

On étudie numériquement l'instabilité thermo-convective de l'écoulement d'un fluide semiconducteur contenu dans un creuset de forme cylindrique porté à une température chaude et placé dans un four HEM. La base du creuset repose sur l'arbre de l'échangeur de chaleur refroidi par l'hélium. L'étude porte sur le silicium, un métal liquide dont le nombre de Prandtl est $Pr = 0.011$. Le modèle tridimensionnel utilisé dans le cadre de ce travail est basé sur la méthode des volumes finis et les calculs sont effectués sur une large plage du nombre de Grashof allant de $Gr = 10^4$ à $Gr = 10^{12}$. Tout au long de cette plage, on met en évidence la transition de l'écoulement du régime diffusif vers un régime fortement convectif passant par différents stades intermédiaires. Pour les valeurs élevées du nombre de Grashof une couche limite thermique se forme au niveau de l'échangeur.

Mots clés : Instabilité convective, HEM, Silicium.

1. Introduction

La méthode HEM (Heat Exchanger Method) fait partie d'un ensemble de processus utilisés pour la croissance de cristaux. C'est un procédé de croissance, de lingots type monocristallin ou polycristallin, dans un creuset vertical à partir d'une phase liquide où la chaleur latente de solidification est extraite de la partie inférieure du lingot à travers un échangeur de chaleur. Cette quantité de la chaleur évacuée par l'échangeur de chaleur est contrôlée par le débit d'hélium gazeux [1]. La méthode HEM est classée dans les techniques de solidification dirigée. Tous les éléments constitutifs (Creuset, zone de chaleur, cristal ou échangeur) sont sans mouvement à la différence des autres techniques telles que Cz [2-3], KY ou Bridgman. Le processus HEM est basé sur la création d'un faible gradient de température qui provoque la convection naturelle. Le phénomène de convection naturelle induit le mouvement du fluide accompagné d'un transfert de chaleur. Plusieurs modèles numériques ont été développés pour prédire et comprendre les phénomènes complexes qui s'y produisent pour la croissance de cristaux de haute qualité [4-11].

J-C. Chen et al. [6] ont utilisé le code FIDAP pour étudier l'effet de la forme du creuset sur la distribution de la température, de la vitesse et la forme de l'interface liquide-cristal des cristaux de saphir HEM. La simulation a abouti au choix d'un creuset d'une base courbée qui diminue la convexité de l'interface liquide-cristal et supprime l'apparence de «points chauds». Par ailleurs, la convexité de l'interface liquide-cristal diminue à mesure que l'épaisseur de la paroi du creuset augmente et diminue également à mesure que la conductivité du creuset augmente.

C.W. Lu et al. [7] ont analysé la distribution des champs de température, vitesse et la forme de l'interface liquide-solide. Ils ont trouvé que l'angle de contact est obtus avant que l'interface solide-liquide ne touche la paroi latérale du creuset et que les points chauds apparaissent toujours dans ce processus.

A.Ahmanache et al. [10] ont mené une étude numérique portant sur le transfert de chaleur par convection naturelle et de l'écoulement du fluide dans un creuset cylindrique du four HEM. Les simulations sont réalisées par la variation du rapport d'aspect de la cavité, la longueur de l'échangeur de chaleur et le nombre de Rayleigh. Les résultats sont présentés sous forme d'isothermes, de lignes de courant, de nombre de Nusselt moyen et de champ température moyen du bain fluide dans une gamme de nombres de Rayleigh jusqu'à 10^6 . Ils ont conclu que le nombre de Rayleigh et la longueur de l'échangeur de chaleur influent sur l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur, alors que le rapport d'aspect de la cavité n'a pas d'effets significatifs.

Cependant, suivant l'ensemble des recherches effectuées jusqu'à présent, il ressort que l'étude de la thermoconvection avec la variation du nombre de Grashof dans le four HEM n'a pas été étudiée, en particulier, pour des nombres de Grashof élevés. Ceci nous a donc incités à mener une étude numérique dans le four HEM pour une large gamme du nombre de Grashof.

Notre travail consiste à étudier numériquement l'instabilité thermo-convective de l'écoulement d'un métal liquide ($Pr = 0.011$) contenu dans un creuset de forme cylindrique porté à une température chaude et placé dans un four HEM. La base du creuset repose sur l'arbre de l'échangeur de chaleur refroidi par l'hélium. On fait varier le nombre de Grashof et on détecte les différents régimes de l'écoulement et le champ de température et de pression associés.

2. Géométrie du problème et équations gouvernantes

La convection naturelle est gouvernée par des équations différentielles exprimant la conservation de la masse, la quantité de mouvement et l'équation d'énergie. L'écoulement est supposé laminaire et incompressible. L'approximation de Boussinesq est prise en considération. La figure 1 donne un schéma du domaine de calcul et du maillage utilisé dans les simulations.

Le domaine de calcul est limité au système creuset-bain du silicium. Il est constitué d'une cavité cylindrique de dimension $H \times D$, un échangeur de diamètre d . Le facteur d'aspect est défini par $A = H/D$ et le taux de l'échangeur est défini par $\varepsilon = d/D$; dans notre cas $A = 1$ et $\varepsilon = 0,3$.

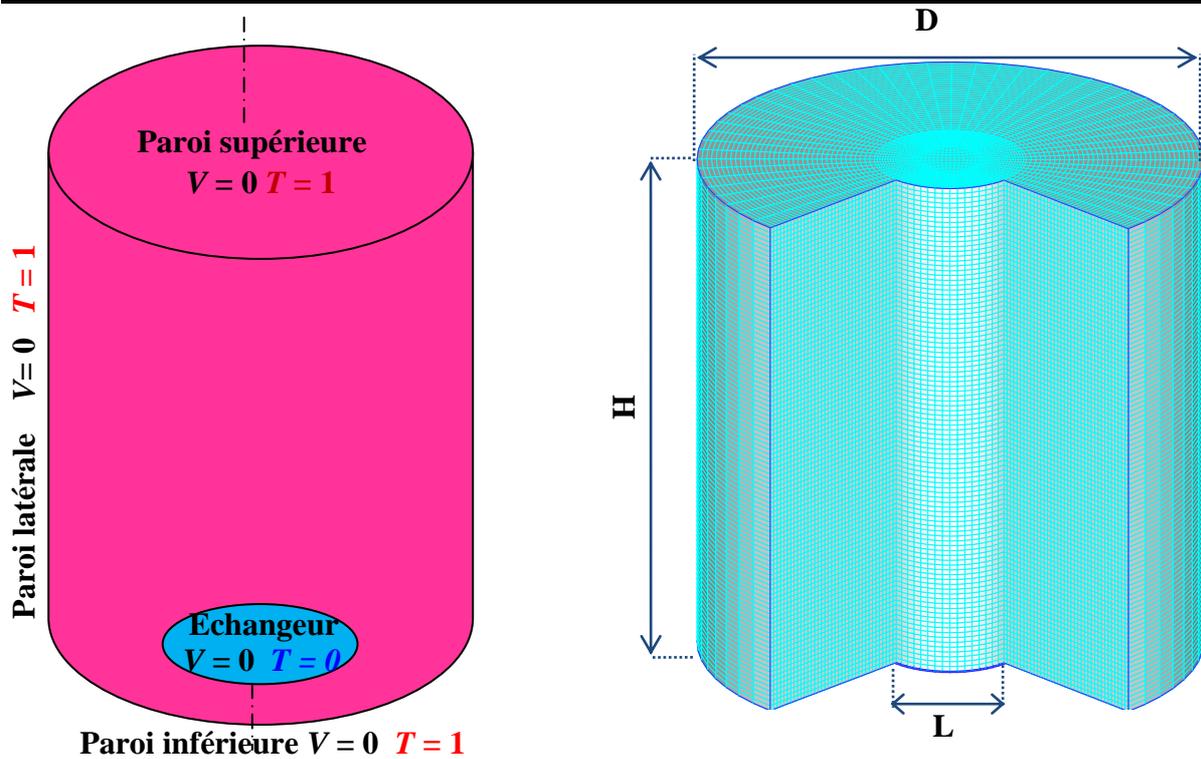


Figure 1 : Schéma du domaine de calcul avec conditions aux limites et le maillage associé

Les équations adimensionnelles gouvernant l'écoulement et le champ de température en coordonnées cylindriques sont exprimées par la forme suivante :

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla P - Gr \cdot \mathbf{T} + \nu \nabla^2 \mathbf{V}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T = \frac{1}{Pr} \nabla^2 T$$

Où \mathbf{V} , T et P sont la vitesse, la température et la pression adimensionnelles respectivement.

Ra et Pr sont les nombres de Rayleigh et Prandtl respectivement, et sont définis par :

$$Gr = \frac{g\beta D^3 (T_c - T_f)}{\nu^2}, \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha}, \quad Ra = Gr \times Pr$$

ρ , β , ν , α et g sont la densité du fluide, le coefficient d'expansion volumétrique, la viscosité cinématique, la diffusivité thermique, et l'accélération gravitationnelle, respectivement.

T_f et T_c sont les températures froide et chaude respectivement.

Les équations sont résolues avec les conditions aux limites suivantes:

Paroi supérieure, paroi latérale et base du creuset : $V = 0$ et $T = 1$

Echangeur thermique : $V = 0$ et $T = 0$

Les équations de quantité de mouvement sont couplées par le champ de pression. Pour le couplage pression-vitesse nous avons utilisé l'algorithme SIMPLE.

Toutes les variables sont calculées au centre des mailles. Le calcul des flux sur les faces nécessite toutefois de connaître la valeur de la variable sur cette face. Nous devons donc interpolier entre les valeurs voisines connues. Pour notre simulation nous utilisons les schémas First Order Up Wind pour la quantité de mouvement et l'énergie et Body Force Weighted pour la pression. La convergence est atteinte pour des résidus de 10^{-6} .

3. Résultats et discussion

L'influence de la convection naturelle sur les champs thermique et dynamique est prise en considération en faisant varier le nombre de Grashof de $Gr = 10^4$ à $Gr = 10^{12}$.

Le champ d'écoulement est représenté par des contours de la vitesse sur la figure.2 et des contours de la fonction de courant $\psi(r, z)$, également espacés de ψ_{\min} à ψ_{\max} sur un plan vertical de la cavité. L'intensité de ψ est indiquée par des couleurs, du rouge pour ψ_{\max} et du bleu pour ψ_{\min} , figure3.

La représentation des contours de la vitesse sur les plans verticaux et horizontaux montre que la symétrie axiale est préservée pour toutes les valeurs du nombre de Grashof. C'est ce qui nous a permis de représenter les résultats sur un seul plan vertical, figures 3 et 4.

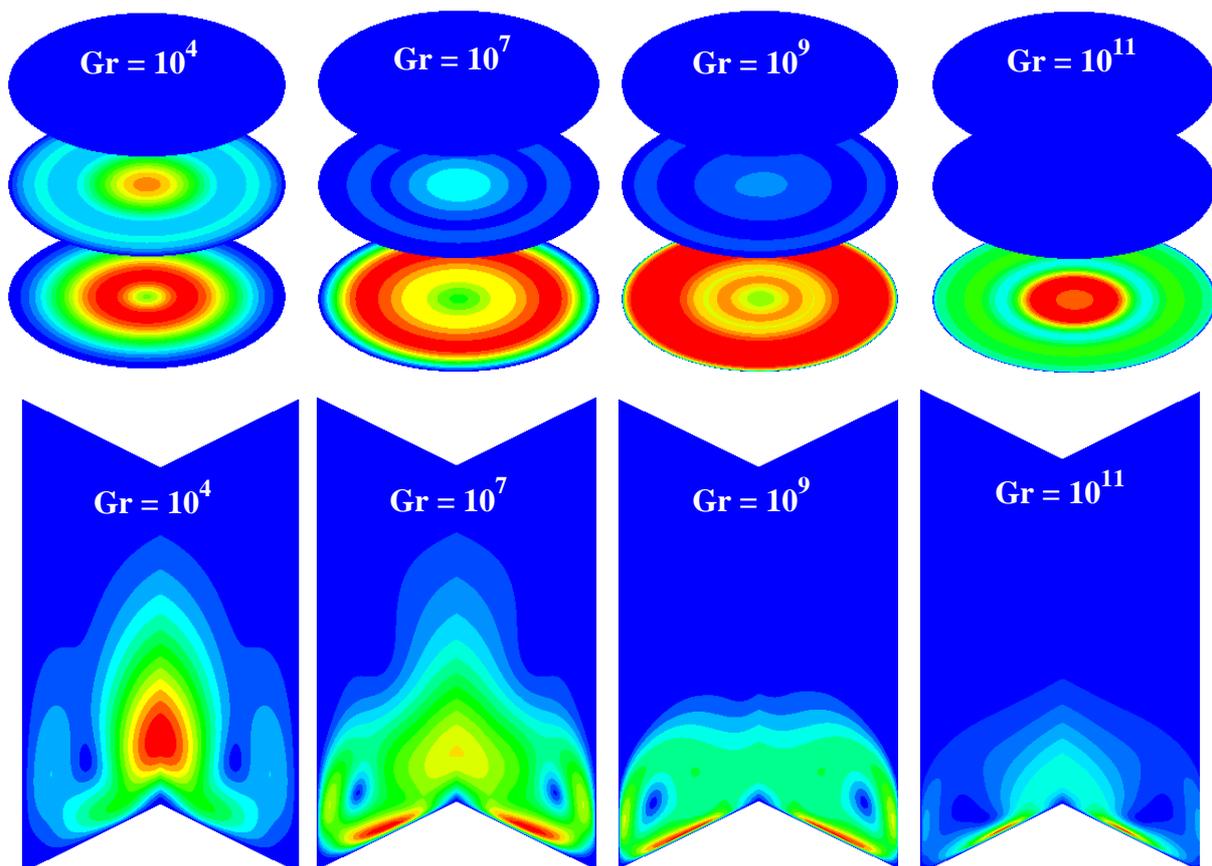


Figure 2 : Contours des vitesses sur des plans de coupe verticaux et horizontaux

La température du fluide est presque uniforme loin de l'échangeur alors qu'au voisinage de l'échangeur, nous remarquons l'apparition d'un gradient de température. Ce gradient de température est traduit par les isothermes au fond du creuset entourant l'échangeur. Ces isothermes prennent naissance sur une extrémité de l'échangeur puis se ferment à l'autre extrémité, figure 4.

Le gradient de température entre le fluide est l'échangeur cause la formation des rouleaux de convection. Le fluide chaud près de la paroi du creuset monte sous l'effet de la poussée d'Archimède et le fluide froid descend sous l'effet de son poids.

Les isothermes changent d'une forme hémisphérique en régime diffusif à une forme de champignons pour les valeurs modérées du nombre de Grashof.

La température tend à être uniforme dans tout le bain pour les valeurs élevées du nombre de Grashof avec le développement d'une couche limite thermique au voisinage immédiat de l'échangeur dans laquelle T varie de manière significative.

Dans la gamme de Grashof étudié, l'écoulement du silicium passe par différents régimes suivant la structure et l'intensité de l'écoulement. Pour les Grashof faibles l'écoulement est unicellulaire, dans cet intervalle la convection est faible et la conduction domine le transfert donnant un résultat quasi-diffusif. Atteignant $Gr = 10^7$, une deuxième cellule de faible intensité tournant en sens inverse par rapport à la cellule principale apparaît dans la partie supérieure du bain. Une deuxième bifurcation est observée pour $Gr = 10^{10}$.

Au delà de la valeur maximale étudiée dans ce travail ($Gr = 10^{12}$) le modèle laminaire ne peut plus être utilisé. L'écoulement devient turbulent.

Nous analysons l'évolution de l'amplitude maximale de la fonction de courant en fonction du nombre de Grashof et des différents régimes associés illustrés sur la figure 3.

Nous constatons que l'intensité maximale de l'écoulement augmente avec la croissance du nombre de Grashof. L'évolution de l'intensité est traduite par la courbe $\psi_{max}/Max\psi_{max}$ qui peut s'écrire sous la forme de l'équation exponentielle suivante :

$$\Psi_{max} / \text{Max}(\Psi_{max}) = 0.00327 \exp\left(\frac{\log Gr}{1.7388}\right) - 0.02782$$

Nous notons que l'intensité maximale est relativement constante de $Gr = 10^4$ à 10^7 , puis la fonction de courant augmente légèrement jusqu'à $Gr = 10^9$ au-delà duquel l'influence du nombre de Grashof devient plus remarquable comme le montre la figure 3 où la pente devient élevée.

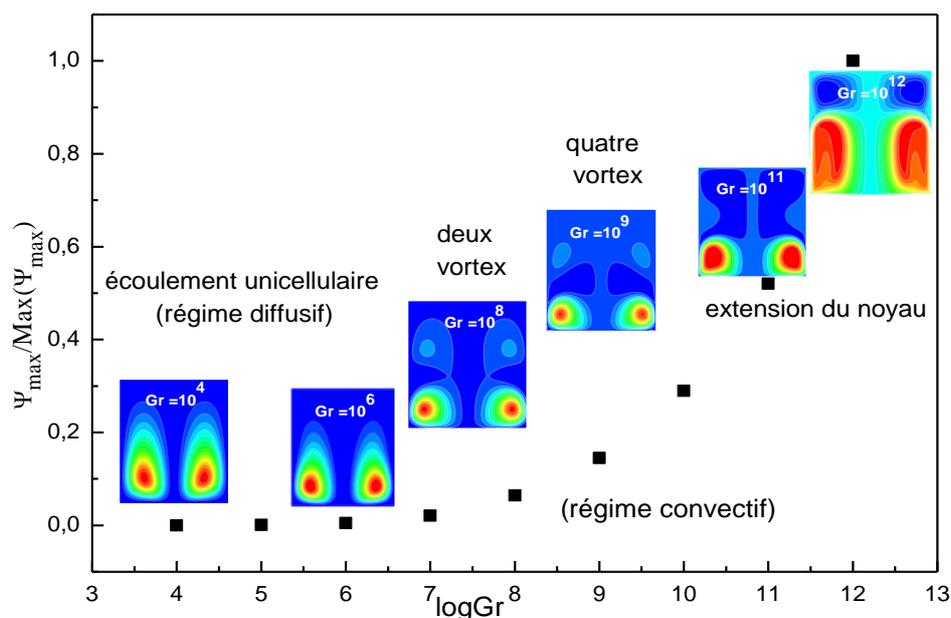


Figure 3 : L'effet visqueux est clairement visible dans le régime d'écoulement unicellulaire lorsque l'intensité de l'écoulement est quasi constante. Au-delà de $Gr = 10^7$, l'intensité augmente de façon exponentielle comme indiqué par des amplitudes relativement plus grandes et l'effet de la force de flottabilité devient plus fort par rapport aux forces visqueuses.

L'évolution de la température, le long de la ligne médiane, pour différents nombres de Grashof est tracée sur la figure 4. Il est clair que, pour un Gr donné, la température diminue le long de l'axe central jusqu'à ce que la température de l'échangeur soit atteinte. L'augmentation du nombre de Grashof conduit à une température uniforme dans tout le fluide avec le développement d'une couche limite thermique au voisinage immédiat de l'échangeur où T varie d'une manière significative. L'épaisseur de la couche limite est de $\delta_T = 0.4375$.

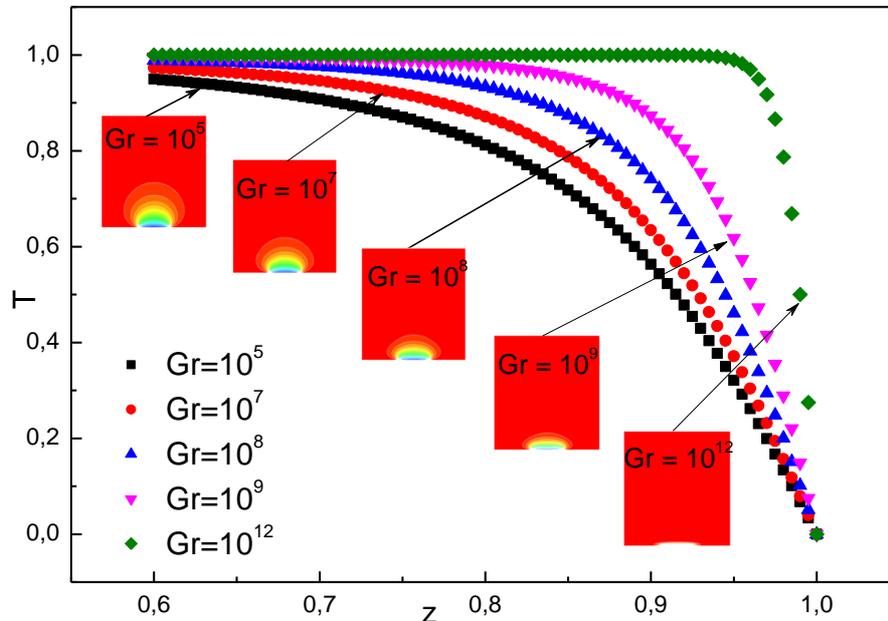


Figure 4 : variation de la température sur l'axe central pour différents Gr

Le champ de pression obtenu montre que dans la partie supérieure du bain les isobares sont des droites parallèles et également espacées, c'est-à-dire que tous les régimes étudiés expriment l'uniformité du gradient de pression axial.

Il ressort clairement de la figure 5 que la pression diminue de l'axe à la paroi latérale pour les deux régimes visqueux ($Gr = 10^4$) et fortement convectif ($Gr = 10^{12}$).

Nous observons alors l'apparition d'un point d'inflexion à l'intersection de l'échangeur et du fond du creuset en raison du gradient de température. Une pression quasi uniforme s'établit dans la majeure partie du fond et la pression augmente près de la paroi latérale pour $Gr = 10^{12}$. Cette augmentation peut être due au régime de transition d'écoulement tel qu'illustré clairement par les lignes de courant dans la figure 3.

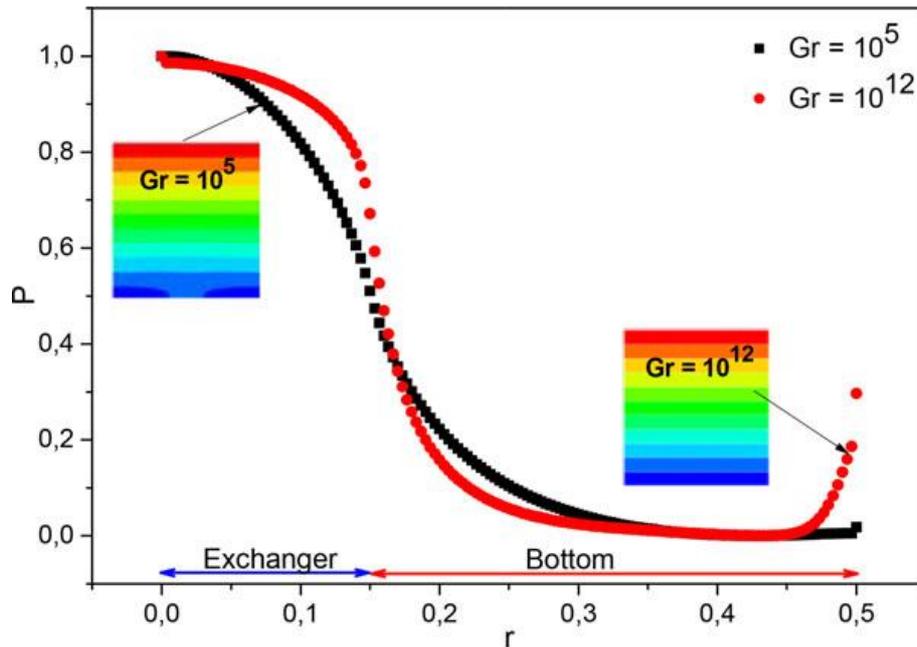


Figure 5 : Évolution de la pression par rapport à la position radiale

4. Conclusion

Les analyses CFD pour les systèmes HEM ont été réalisées en utilisant la méthode des volumes finis pour examiner l'effet du nombre de Grashof sur l'écoulement et le transfert thermique dans un bain HEM du silicium. Les champs de vitesse, de température et de pression ont été analysés.

Différents régimes sont observés suivant la structure et l'intensité de l'écoulement.

L'uniformité de la température s'installe dans la majeure partie du bain et une couche limite thermique se développe au voisinage de l'échangeur pour les nombres de Grashof élevés.

Le gradient radial de la pression à la base du creuset s'affaiblit en passant du régime visqueux au régime convectif.

Références

- [1] D. Viechnicki and F. Schmid, *J. Cryst. Growth* 26, 162, (1974).
- [2] F. Mokhtari, A. Bouabdallah, A. Merah, S. Hanchi, A. Alemany, *Mag. Hyd. Dyn.* 46 (4), 393–401 (2010).
- [3] F. Mokhtari, A. Bouabdallah, A. Merah and H. Oualli, *Cryst. Res. Technol* 47, 1269–1278 (2012)
- [4] C-W. Lu and J-C. Chen, *J. Cryst. Growth* 225, 274-281 (2001).
- [5] C-W. Lu, J-C. Chen and L-J. Hu, *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.* 10, 147–162 (2002).
- [6] J.C. Chen, C.W. Lu, *J. Cryst. Growth* 266, 239-245 (2004).
- [7] C-W. Lu and P-H. Chi, *Cryst. Res. Technol*, Vol 42, 1259-1265 (2007).
- [8] N. Zhang, H G. Park and J J. Derby, *J. Cryst. Growth* 367, 27-34 (2013).
- [9] W. Ma, L. Zhao, G. Ding, Y. Yang, T. Lv, M. Wu, L. Liu, *International J. Heat and Mass Transfer* 72, 452-460 (2014).
- [10] A. Ahmanache and N. Zeraibi, *Thermal science*, Vol. 17, N°3, 853-864 (2013).
- [11] F. Haddad, F. Mokhtari, A. Benzaoui, *Cryst. Res. Technol*, Vol 51, 306-312 (2016).